

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond AUTLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{x - 2 + |x|}{e^{1/x}}.$$

Determinare il dominio di f (ed eventuali simmetrie).

Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 3]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1.5]:

Calcolare la derivata seconda di f , studiare concavità e convessità e determinare i punti di flesso.

Risposta [punti 3]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Sia A il luogo dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\begin{cases} |z - i| \leq 3 \\ \operatorname{Re} \left(\frac{iz + 7\bar{z} + 1}{|z|^2 + 2} \right) \geq 0 \end{cases}$$

Calcolare l'area di A .

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[7(n+2)! - (n-1)!] \log\left(\frac{n+8}{n+7}\right)}{(\sqrt{n^2 - 7n + 2^{-n}}) n!}$$

Risposta [punti 2]:

4. Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} (n \log(e^n + 1) - n^2).$$

Risposta [punti 3]:

5. Siano $\alpha \in]7, +\infty[$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^{\alpha-7} \log x & \text{se } x > 0 \\ \sqrt{-x} & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

Al variare di $\alpha \in]7, +\infty[$ discutere la derivabilità di f nel punto $x = 0$ e classificare il tipo di non derivabilità.

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{21(e^{\cos x - 1} - e^{x^2})}{\log(1 + 21x) - 21 \sin x + x^4}$$

Risposta [punti 3]:

7. Stabilire se converge l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^x \arctan(e^x + 1)}{(e^x + 1)^2 + 1} dx$$

e, in caso affermativo, calcolarlo.

Risposta [punti 3]:

8. Determinare \tilde{y} soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (1-x) \tan y \\ y(0) = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
