

Cognome e nome Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MECLT, \diamond AUTLT, \diamond MATLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{|x-2|(x-1)}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1,5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 3]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la derivata seconda di f , sulla base del comportamento di f e di f' , discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1,5]:

2. Determinare l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$2(z^2 - \bar{z}^2)i - |z|^2 \frac{4}{i} = \sqrt{2}|8i|e^{i\frac{\pi}{2}}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log[(n+3)!] - \log[(n+1)! + 2]}{\log(3n^3 + \arctan(2n))}$$

Risposta [punti 3]:

4. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}e^2\right)^n \frac{(2n)!}{(2n)^{2n}}$$

Risposta [punti 4]:

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^-$. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) - \sqrt{x}}{\arctan\left(\frac{x^\alpha}{6}\right)}$$

Risposta [punti 4]:

6. Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{(\arctan(7x))^\alpha}{1+49x^2} dx$$

converge e determinarne il valore.

Risposta [4 punti]:

7. Determinare \tilde{y} soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2e^x}{(1+x^2)(1+e^{2x})} \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)$.

Risposta [3 punti]:
