

Cognome e nome ..... Firma .....

Corso di Laurea:   ◇ MECLT;   ◇ AUTLT;   ◇ MATLT;   ◇ MECMLT.

#### Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 75 min.

1. Determinare al variare di  $\beta \in \mathbb{R}$  il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{\beta} \left( \cosh \frac{1}{n^2} - 1 \right)$$

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Discutere il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \arctan \frac{1}{n+1}$$

**Risposta [punti 1]:**

---

3. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/(x-2)} \frac{e^{x^2-2x} - 1}{x} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq 2 \\ -2e^{-1/2} & \text{se } x = 0 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

Discutere la continuità di  $f$  sul suo dominio.

**Risposta [punti 2]:**

---

4. Calcolare la derivata prima di

$$g(x) = (x-7)e^{7x} \quad x \in ]7, +\infty[.$$

**Risposta [punti 1]:**

---

5. Siano  $\alpha \in \mathbb{R}$  con  $\alpha > 7$  e  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$h(x) = \frac{|x - 7|^{\alpha-7}}{|x - 7| + 1}$$

Discutere la derivabilità di  $h$  in  $x = 7$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 2x^2) - x \sin(2x) + 4x^4}{4x \left( \sinh \frac{x}{\sqrt[3]{2}} - \sin \frac{x}{\sqrt[3]{2}} \right)}$$

**Risposta [punti 2]:**

---

1. Determinare al variare di  $\beta \in \mathbb{R}$  il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{\beta} \left( \cosh \frac{1}{n^2} - 1 \right)$$

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Discutere il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \arctan \frac{1}{n+1}$$

**Risposta [punti 1]:**

---

3. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/(x-2)} \frac{e^{x^2-2x} - 1}{x} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq 2 \\ -2e^{-1/2} & \text{se } x = 0 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

Discutere la continuità di  $f$  sul suo dominio.

**Risposta [punti 2]:**

---

4. Calcolare la derivata prima di

$$g(x) = (x-7)e^{7x} \quad x \in ]7, +\infty[.$$

**Risposta [punti 1]:**

---

5. Siano  $\alpha \in \mathbb{R}$  con  $\alpha > 7$  e  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$h(x) = \frac{|x-7|^{\alpha-7}}{|x-7|+1}$$

Discutere la derivabilità di  $h$  in  $x = 7$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+2x^2) - x \sin(2x) + 4x^4}{4x \left( \sinh \frac{x}{\sqrt[3]{2}} - \sin \frac{x}{\sqrt[3]{2}} \right)}$$

**Risposta [punti 2]:**

---