
Cognome e nome Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MECLT, \diamond AUTLT, \diamond MATLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x - 2 \log(1 + x^2) + 2 \arctan |x|.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2,5]:

Calcolare la derivata seconda di f e studiare concavità convessità.

Risposta [punti 2,5]:

2. Determinare le soluzioni in campo complesso della equazione seguente

$$(z^2 - 49i)(z^4 - 7) = 0.$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite della successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 \log(n^2 + 7) - 2n^2 \log n).$$

Risposta [punti 3]:

4. Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie numerica

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{2-\alpha}{2} \right)^n (\log(n+2) - \log n)$$

è convergente.

Risposta [punti 4]:

5. Al variare di $\beta \in \mathbb{R}$, calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt[3]{x-2} - 3 \log^2(1 + \sqrt[3]{x-2})}{(\sinh(x-2) - \sin(x-2))^\beta}.$$

Risposta [punti 4]:

6. Calcolare l'integrale

$$\int_4^9 \frac{1 + e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

Risposta [3 punti]:

7. Calcolare il $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)$, dove \tilde{y} è la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x^5 y' + 7x^4 y = x^4 - 1, \\ y(1) = 0 \end{cases}.$$

Risposta [4 punti]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x - 2 \log(1 + x^2) + 2 \arctan |x|.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2,5]:

Calcolare la derivata seconda di f e studiare concavità convessità.

Risposta [punti 2,5]:

2. Determinare le soluzioni in campo complesso della equazione seguente

$$(z^2 - 49i)(z^4 - 7) = 0.$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite della successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 \log(n^2 + 7) - 2n^2 \log n).$$

Risposta [punti 3]:

4. Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie numerica

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{2-\alpha}{2}\right)^n (\log(n+2) - \log n)$$

è convergente.

Risposta [punti 4]:

5. Al variare di $\beta \in \mathbb{R}$, calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt[3]{x-2} - 3 \log^2(1 + \sqrt[3]{x-2})}{(\sinh(x-2) - \sin(x-2))^\beta}.$$

Risposta [punti 4]:

6. Calcolare l'integrale

$$\int_4^9 \frac{1 + e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

Risposta [3 punti]:

7. Calcolare il $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)$, dove \tilde{y} è la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x^5 y' + 7x^4 y = x^4 - 1, \\ y(1) = 0 \end{cases}.$$

Risposta [4 punti]:
