

---

Cognome e nome ..... Firma .....

Corso di Laurea:   ◇ GESL   ◇ INFL;

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log(3 - e^x) + e^x$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$  e studiare la concavità e la convessità di  $f$ , calcolando gli eventuali punti di flesso per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$|z - (3 + i)| \leq 2 \quad \text{e} \quad \operatorname{Re}(z^2 + 7i) - (\operatorname{Re}z)^2 = 0$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Calcolare al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[1 - \cos \frac{1}{n}]^2 \log [(e^3 + \frac{1}{n})^n]}{(\sqrt{n+4})^\alpha}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

4. Determinare per quali  $\beta \in \mathbb{R}$  la serie numerica

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(7\beta)^n \log n}{e^{n-1}}$$

converge.

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} |x-1|^\gamma \left[ \sin \frac{1}{x-1} + 2 \right] & \text{se } x \neq 1, \\ 0 & \text{se } x = 1. \end{cases}$$

Studiare al variare di  $\gamma \in \mathbb{R}$  la continuità della funzione  $f$  in tutto  $\mathbb{R}$ , classificando eventuali punti di discontinuità.

**Risposta [punti 4]:**

---

6. Calcolare l'integrale improprio seguente

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log(x+7)}{x^2} dx$$

**Risposta [punti 4]:**

---

7. Determinare la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{1}{x-1}y = \frac{2x}{x-1}, \\ y(2) = 1. \end{cases}$$

**Risposta [punti 3]:**

---