

---

Cognome e nome ..... Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea:  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT,  $\diamond$  MECMLT,  $\diamond$  AUTLT

---

**Istruzioni**

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
  2. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
  3. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  4. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la funzione definita da:

$$f(x) = \frac{x - 2 + |x|}{e^{1/x}}$$

Determinare eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 3]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1.5]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 1.5]:**

Calcolare la derivata seconda di  $f$ , studiare concavità e convessità e determinare i punti di flesso.

**Risposta [punti 2]:**

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

**Risposta [punti 1]:**

---

2. Determinare il luogo geometrico dei punti  $z \in \mathbb{C}$  tali che  $Re \left( \frac{i(z^2 + (Imz)^2) - z}{e^{i\frac{3}{2}\pi}(z\bar{z} - 7e^{4\pi i})} \right) = 0$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Calcolare il limite  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{7/\sqrt{n}} - 1 + 3^{-n}}{(\sqrt{n+7} - \sqrt{n}) \log((n+1)^3)}$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Determinare il carattere della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 - \cos\left(\frac{1}{\sqrt[n]{n}}\right)}{\sqrt{n} + \arctan(7n)}$

**Risposta [punti 2]:**

---

5. Calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 [\log(1 + 2x^2) - x \arctan(2x)] + 4x^4}{\sinh(2x) - \sin(2x)}$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Siano  $\alpha > 0$  e  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione data da

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\left(x^2 \left(\frac{\alpha}{3}\right)^{\frac{1}{x}}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Discutere, al variare di  $\alpha > 0$ , la continuità di  $f$  in  $x = 0$ , classificando l'eventuale discontinuità.

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Calcolare l'integrale  $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} [\cos^3(x) - \sin^3(x)] dx$

**Risposta [punti 3]:**

---

8. Determinare la soluzione  $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y = \sin(2x) \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

**Risposta [punti 3]:**

---