

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond AUTLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log(e^{|x|} - 1) + 2e^{-x} + 1.$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1.5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\frac{\operatorname{Re}(ze^{i\pi/4})[(z+3)\bar{z} + |z+3|^2]}{7z+1+i} = 0.$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{1 + \frac{7}{n}} - 1}{(n^2 + \frac{\cos(n!)}{n}) \cdot (\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n})}$$

Risposta [punti 2.5]:

4. Siano $\alpha > 0$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{1}{x-7}\right)^\alpha & \text{se } x > 7 \\ 0 & \text{se } x = 7 \\ \left(\frac{\pi}{2} + \arctan \frac{1}{x-7}\right)^\alpha & \text{se } x < 7. \end{cases}$$

Al variare di $\alpha > 0$ discutere la derivabilità di f nel punto $x = 7$ e classificare il tipo di non derivabilità.

Risposta [punti 3.5]:

5. Calcolare il limite
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{1+x}{1+3x}\right) + 2 \sin x}{\cosh(3x) - \cos(3x)}$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare l'integrale definito
$$\int_2^3 \frac{3x^2 - 3x + 2}{(x-1)^2(x+1)} dx.$$

Risposta [punti 3]:

7. Discutere per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio
$$\int_0^{+\infty} \frac{x^\beta (e^x - 1)}{\sinh x + \sqrt[2]{x}} dx$$
 converge.

Risposta [punti 3]:

8. Calcolare la soluzione $y(x)$ del problema

$$\begin{cases} y' + y = \sqrt{e^x + 1} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
