Analisi Matematica 1 | 3 settembre 2018 | FOGLIO A

Cognome e nome ....Firma......................Matricola......................

Corso di Laurea: ♢ INFLT, ♢ ETELT, ♢ MECMLT, ♢ AUTLT

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
3. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 7\sin\left(\frac{\pi}{2}(|x| - x)\right) + 2\log\left(x(|x| + x) + 1\right) \ .$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f (per $x \geq -2$), calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f, studiare concavità e convessità (per $x \geq -2$) e determinare i punti di flesso.
Risposta [punti 1.5]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.
Risposta [punti 1]:

---

2. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$2|z(2 + i)|^2 = z^2 + \bar{z}^2 + 4$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\left[\sqrt[3]{1+\frac{3n!}{n^n}}-1\right]((n+2)^n-e^n)}{\frac{1}{3}n!-n\sin(n+1)}$

Risposta [punti 3]:

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{7}{n}-\log\left(\frac{n+7}{n}\right)\right)^{\alpha-3}$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\left(\frac{\sin x}{x}-1+x^2\right)\log(3x)}{e^{5x^2\log x}-1}$

Risposta [punti 3.5]:

---

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x)=\begin{cases} 2e^{[(x-2)^2]} & \text{se } x\le 2 \\ 1+(x-2)^{[(x-2)^\alpha]} & \text{se } x>2. \end{cases}$$

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ discutere la continuità di f in $x=2$.

Risposta [punti 3]:

---

7. Calcolare l'integrale definito $\displaystyle\int_{-1}^{2}\frac{2x+6}{x^2+2x+4}\,dx$

Risposta [punti 3]:

---

8. Determinare la soluzione $y=y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''+4y=\cos(2x) \\ y(0)=0 \\ y'(0)=1 \end{cases}$$

Risposta [punti 3.5]:
