

---

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT,  $\diamond$  AUTLT,  $\diamond$  MECLT,  $\diamond$  MATLT,  $\diamond$  MECMLT

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{|x-1|} - 3\log(1 + \sqrt{|x-1|}).$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 0,5]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 0,5]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 3]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Senza calcolare la derivata seconda di  $f$ , dire se  $f$  ammette eventuali punti di flesso e localizzarli.

**Risposta [punti 1]:**

---

2. Determinare le soluzioni in  $\mathbb{C}$  dell'equazione

$$z^4 = \left( |\sqrt{3} - i|^2 \cdot \frac{1+i}{\sqrt{2}i} \right)^5 \operatorname{Im}(3+2i) e^{i\pi/4}.$$

**Risposta [punti 5]:**

---

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left( e^{\frac{1}{2n!}} - 1 \right) ((n+1)! + 2^n) n^n}{(n+1)^{n+1}}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Determinare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan n^2}{n^{\alpha-7} [\log(1+n^2)]^3}$$

è convergente

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\log(1+7x)) - e^{7x} + 1}{\arctan x^2}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

6. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\ln 3} \frac{1}{1 + \cosh x} dx$$

**Risposta [4 punti]:**

---

7. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{x^2 y}{1 + (\frac{x}{7})^2}, \\ y(0) = e^{49}. \end{cases}$$

**Risposta [4 punti]:**

---