
Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond AUTLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x e^{2 \arctan(2/x)}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1.5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$|z(2+i)|^2 + 2(\operatorname{Im} z)^2 = (z^2 + \bar{z}^2) + 3$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{n+3} (1 + e^{-n!}) \left(\frac{2}{n} - \sin\left(\frac{2}{n+1}\right) \right)^2}{(n+1)^{n-1} + \cos(n^n)}$$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\log^3(x) - (x-1)^3) x^{\frac{8}{x-1}}}{(e^x - e) \sinh^3(x-1)}$$

Risposta [punti 3.5]:

5. Sia $f :]0, 2[\rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} (x-1) \log(|\sin(x-1)|) + \sqrt[3]{x-1} & \text{se } x \neq 1 \\ 0 & \text{se } x = 1. \end{cases}$$

Discutere la derivabilità di f nel punto $x = 1$.

Risposta [punti 3]:

6. Discutere per quali valori di $\alpha \geq 0$ l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1+x^\alpha}{(1-e^{-x})^\alpha (x^7+1)} dx$$

converge.

Risposta [punti 3]:

7. Calcolare l'integrale

$$\int_{-7}^{-6} \frac{\sqrt{x+8}}{x+8+\sqrt{x+8}} dx$$

Risposta [punti 3]:

8. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 4y = 2e^x \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 4 \end{cases}$$

Risposta [punti 3.5]:
