Cognome e nome .... Firma ....

Corso di Laurea: ♢ GESL ♢ INFL;

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{1}{3}\sqrt{2x+1} + \frac{1}{3}$$

Tracciare un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti, sui fogli di protocollo.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 2]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la derivata seconda di f. Senza studiare il segno della derivata seconda, dire se esiste o meno un punto di flesso per la funzione (si consiglia di calcolare $\lim_{x\to+\infty} f'(x)$).
Risposta [punti 2]:

---

2. Calcolare le soluzioni della seguente equazione

$$(z^3 + i)(z^2 + 4iz - 3) = 0$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{e^{2/n^3} - 1}{\sin\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n}} \left[\log\left(1 + \frac{1}{4n}\right)^n\right]$$

Risposta [punti 3]:

---

4. Determinare il comportamento del seguente integrale improprio al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cosh(2x) - 1}{x^\alpha \cdot e^{2x} \cdot \log\left(1 + x^{1/2}\right)} dx$$

Risposta [punti 4]:

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(3x)}{x} + \sqrt{|x|} & \text{se } x \neq 0, \\ \beta & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x = 0$. Negli altri casi classificare il tipo di discontinuità. Nel caso in cui f sia continua, dire se è derivabile o meno in $x = 0$ e , in caso negativo, classificare il tipo di non derivabilità.

Risposta [punti 4]:

---

6. Calcolare l'integrale seguente

$$\int_{-5}^{3\pi^2} \cos\left(\sqrt{\frac{x + |x|}{2} + \pi^2}\right) dx$$

Risposta [punti 4]:

---

7. Determinare la soluzione $y(x) : (0, 1) \to \left(0, \frac{3}{2}\pi\right)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy' = 3\tan\left(\dfrac{y}{3}\right) \\ y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3}{4}\pi\,. \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
