
Cognome Nome

Matricola Firma

Corso di Laurea: \diamond AUTLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), numero di matricola e firmare.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: =120 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 2 \log |e^x - 1| + \frac{1}{(e^x - 1)^2} + 1$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 0,5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f , studiare concavità e convessità e determinare i punti di flesso.

Risposta [punti 2]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare (in forma algebrica/cartesiana) le radici cubiche del numero complesso

$$\frac{(1+i)^6 e^{3\pi i} |7+i|}{i(1-i)^8}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 16 \arctan(e^{-7n} - 1) \left(\cosh \sqrt{\frac{3}{n}} - 1 \right)^2 \frac{n! - 7 \log(n^n + 1)}{n^3 - (n-2)!}$$

Risposta [punti 3]:

4. Discutere la continuità della funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{2\pi^2}{x} + (x-2\pi) \cos \frac{2\pi^2}{x-2\pi} & \text{se } x \neq 0, 2\pi \\ 2\pi & \text{se } x = 0 \text{ o } x = 2\pi. \end{cases}$$

Risposta [3 punti]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sinh(e^{x \log(2x)} - 1)}{7x \log(2x) - e^{2x} + \cos x}$$

Risposta [3 punti]:

6. Sia $F:]-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ una primitiva generica di $f(x) = 3x \log(x+1)$. Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x^2 \log(x+1)}$.

Risposta [3 punti]:

7. Discutere per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{(e^x - 1)^{7\beta}}{(6+x) \log^{3/2}(1+x) \cosh x} dx$$

converge.

Risposta [punti 3]:

8. Determinare \tilde{y} soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{y}{x^2 + 1} = e^{3x - \arctan x} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 2 \log |e^x - 1| + \frac{1}{(e^x - 1)^2} + 1$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 0,5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f , studiare concavità e convessità e determinare i punti di flesso.

Risposta [punti 2]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare (in forma algebrica/cartesiana) le radici cubiche del numero complesso

$$\frac{(1+i)^6 e^{3\pi i} |7+i|}{i(1-i)^8}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 16 \arctan(e^{-7n} - 1) \left(\cosh \sqrt{\frac{3}{n}} - 1 \right)^2 \frac{n! - 7 \log(n^n + 1)}{n^4 - (n-2)!}$$

Risposta [punti 3]:

4. Discutere la continuità della funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{2\pi^2}{x} + (x-2\pi) \cos \frac{2\pi^2}{x-2\pi} & \text{se } x \neq 0, 2\pi \\ 2\pi & \text{se } x = 0 \text{ o } x = 2\pi. \end{cases}$$

Risposta [3 punti]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sinh(e^x \log(2x) - 1)}{7x \log(2x) - e^{2x} + \cos x}$$

Risposta [3 punti]:

6. Sia $F:]-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ una primitiva generica di $f(x) = 3x \log(x+1)$. Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x^2 \log(x+1)}$.

Risposta [3 punti]:

7. Discutere per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{(e^x - 1)^{7\beta}}{(6+x) \log^{3/2}(1+x) \cosh x} dx$$

converge.

Risposta [punti 3]:

8. Determinare \tilde{y} soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{y}{x^2 + 1} = e^{3x - \arctan x} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
