
Cognome e nome.....Firma.....Matricola

Corso di Laurea: ◇ MECMLT ◇ AUTLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 4. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo.**
 5. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 2}{e^x - 1}\right)$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 1 \\ (x-1)\sqrt{x-1} - \sqrt{|x-2|} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Discutere la derivabilità di f sul suo dominio.

Risposta [punti 2]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2[\log(1+x+3x^2) - x]}{3(\sinh x^2 - \sin^2 x)}$$

Risposta [punti 2]:

4. Calcolare la primitiva \mathcal{F} di $f(x) = (e^{2x} + 1)^{-1/2}$ tale che $\mathcal{F}(\frac{1}{2} \log 3) = 2 + \frac{1}{2} \log \frac{1}{3}$.

Risposta [punti 2]:

5. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + y = e^{-x} \arctan x, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Risposta [punti 2]:

6. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = 2(x+1)e^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{xe^x}.$$

Risposta [punti 2]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 2}{e^x - 1}\right)$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 1 \\ (x-1)\sqrt{x-1} - \sqrt{|x-2|} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Discutere la derivabilità di f sul suo dominio.

Risposta [punti 2]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2[\log(1+x+3x^2) - x]}{3(\sinh x^2 - \sin^2 x)}$$

Risposta [punti 2]:

4. Calcolare la primitiva \mathcal{F} di $f(x) = (e^{2x} + 1)^{-1/2}$ tale che $\mathcal{F}(\frac{1}{2} \log 3) = 2 + \frac{1}{2} \log \frac{1}{3}$.

Risposta [punti 2]:

5. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + y = e^{-x} \arctan x, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Risposta [punti 2]:

6. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = 2(x + 1)e^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{xe^x}.$$

Risposta [punti 2]:
