ANALISI MATEMATICA 1 11 febbraio 2011 - Allievi MATLT, MECLT, AUTLT

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 5 ed è un quarto del coefficiente del logaritmo.

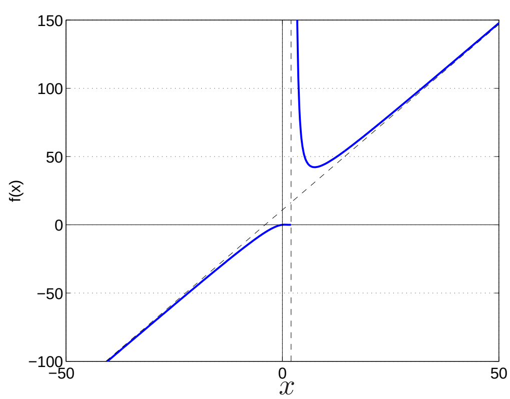
Fila 1

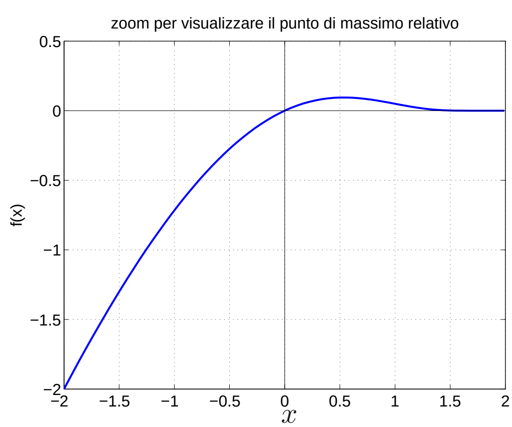
1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. La funzione non presenta simmetrie.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$. La retta $x = 2$ è asintoto verticale destro. La retta $y = e(x+4)$ è asintoto obliquo completo. Non esistono asintoti orizzontali.
La derivata prima è

$$f'(x) = \exp\left(\frac{x+2}{x-2}\right)\frac{x^2-8x+4}{(x-2)^2}$$

$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$. Non esistono punti di non derivabilità. f è crescente in $(-\infty, 2(2-\sqrt{3})) \cup 2(2+\sqrt{3})), +\infty)$ e decrescente in $(2(2-\sqrt{3}), 2) \cup (2, 2(2+\sqrt{3}))$. $x = 2(2-\sqrt{3})$ è punto di massimo relativo, $x = 2(2+\sqrt{3})$ è punto di minimo relativo. Non esistono punti di massimo o minimo assoluto in quanto f è illimitatata.
Si ha $\lim_{x\to 2^-} f'(x) = 0$, quindi f ha concavità rivolta verso l'alto in un intorno sinistro di 2. Inoltre f ha concavità rivolta verso il basso in un intorno completo di $2(2-\sqrt{3})$ (essendo questo punto di massimo). Si avrà allora un punto di flesso nell'intervallo $2(2-\sqrt{3}), 2)$.





2. Il luogo geometrico è una semicerchio, ovvero l'insieme dei punti del cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 1 che contemporaneamente stanno a destra della bisettrice del secondo e quarto quadrante $(y \geq -x)$.

3. Il limite vale $\ell = \frac{1}{2}$

4. La serie è convergente per $\alpha > 3$

5. Il limite vale $\ell = 1$

6. Una primitiva è $F(x) = 3\left[-\frac{1}{x}\arctan x + \ln\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right] + c$. L'integrale improprio vale $\frac{3}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \log 2\right)$

7. $y(x) = 2(4xe^{-x} + x^2 - 4x + 6)$

Fila 2

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. La funzione non presenta simmetrie.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. $\lim_{x\to 3^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 3^+} f(x) = +\infty$. La retta $x = 3$ è asintoto verticale destro. La retta $y = e(x+6)$ è asintoto obliquo completo. Non esistono asintoti orizzontali.
La derivata prima è

$$f'(x) = \exp\left(\frac{x+3}{x-3}\right)\frac{x^2 - 12x + 9}{(x-3)^2}$$

$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$. Non esistono punti di non derivabilità. f è crescente in $(-\infty, 3(2-\sqrt{3})) \cup 3(2+\sqrt{3})), +\infty)$ e decrescente in $(3(2-\sqrt{3}), 3) \cup (3, 3(2+\sqrt{3}))$. $x = 3(2-\sqrt{3})$ è punto di massimo relativo, $x = 3(2+\sqrt{3})$ è punto di minimo relativo. Non esistono punti di massimo o minimo assoluto in quanto f è illimitatata.
Si ha $\lim_{x\to 3^-} f'(x) = 0$, quindi f ha concavità rivolta verso l'alto in un intorno sinistro di 3. Inoltre f ha concavità rivolta verso il basso in un intorno completo di $3(2-\sqrt{3})$ (essendo questo punto di massimo). Si avrà allora un punto di flesso nell'intervallo $3(2-\sqrt{3}), 3)$.

2. Il luogo geometrico è una semicerchio, ovvero l'insieme dei punti del cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 1 che contemporaneamente stanno a destra della bisettrice del secondo e quarto quadrante $(y \geq -x)$.

3. Il limite vale $\ell = \frac{1}{3}$

4. La serie è convergente per $\alpha > 5$

5. Il limite vale $\ell = 2$

6. Una primitiva è $F(x) = 5\left[-\frac{1}{x}\arctan x + \ln\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right] + c$. L'integrale improprio vale $\frac{5}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \log 2\right)$

7. $y(x) = 3(4xe^{-x} + x^2 - 4x + 6)$

Fila 3

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{4\}$. La funzione non presenta simmetrie.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. $\lim_{x\to 4^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 4^+} f(x) = +\infty$. La retta $x = 4$ è asintoto verticale destro. La retta $y = e(x+8)$ è asintoto obliquo completo. Non esistono asintoti orizzontali.
La derivata prima è

$$f'(x) = \exp\left(\frac{x+4}{x-4}\right)\frac{x^2 - 16x + 16}{(x-4)^2}$$

$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$. Non esistono punti di non derivabilità. f è crescente in $(-\infty, 4(2-\sqrt{3})) \cup 4(2+\sqrt{3})), +\infty)$ e decrescente in $(4(2-\sqrt{3}), 4) \cup (4, 4(2+\sqrt{3}))$. $x = 4(2-\sqrt{3})$ è punto di massimo relativo, $x = 4(2+\sqrt{3})$ è punto di minimo relativo. Non esistono punti di massimo o minimo assoluto in quanto f è illimitatata.
Si ha $\lim_{x\to 4^-} f'(x) = 0$, quindi f ha concavità rivolta verso l'alto in un intorno sinistro di 4. Inoltre f ha concavità rivolta verso il basso in un intorno completo di $4(2-\sqrt{3})$ (essendo questo punto di massimo). Si avrà allora un punto di flesso nell'intervallo $4(2-\sqrt{3}), 4)$.

2. Il luogo geometrico è una semicerchio, ovvero l'insieme dei punti del cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 1 che contemporaneamente stanno a destra della bisettrice del secondo e quarto quadrante $(y \geq -x)$.

3. Il limite vale $\ell = \frac{1}{4}$

4. La serie è convergente per $\alpha > 7$

5. Il limite vale $\ell = 3$

6. Una primitiva è $F(x) = 7\left[-\frac{1}{x}\arctan x + \ln \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right] + c$. L'integrale improprio vale $\frac{7}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \log 2\right)$

7. $y(x) = 4(4xe^{-x} + x^2 - 4x + 6)$

Fila 4

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{5\}$. La funzione non presenta simmetrie.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. $\lim_{x\to 5^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 5^+} f(x) = +\infty$. La retta $x = 5$ è asintoto verticale destro. La retta $y = e(x+10)$ è asintoto obliquo completo. Non esistono asintoti orizzontali.

La derivata prima è

$$f'(x) = \exp\left(\frac{x+5}{x-5}\right)\frac{x^2 - 20x + 25}{(x-5)^2}$$

$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$. Non esistono punti di non derivabilità. f è crescente in $(-\infty, 5(2-\sqrt{3})) \cup 5(2+\sqrt{3})), +\infty)$ e decrescente in $(5(2-\sqrt{3}), 5) \cup (5, 5(2+\sqrt{3}))$. $x = 5(2-\sqrt{3})$ è punto di massimo relativo, $x = 5(2+\sqrt{3})$ è punto di minimo relativo. Non esistono punti di massimo o minimo assoluto in quanto f è illimitatata.

Si ha $\lim_{x\to 5^-} f'(x) = 0$, quindi f ha concavità rivolta verso l'alto in un intorno sinistro di 5. Inoltre f ha concavità rivolta verso il basso in un intorno completo di $5(2-\sqrt{3})$ (essendo questo punto di massimo). Si avrà allora un punto di flesso nell'intervallo $5(2-\sqrt{3}), 5)$.

2. Il luogo geometrico è una semicerchio, ovvero l'insieme dei punti del cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 1 che contemporaneamente stanno a destra della bisettrice del secondo e quarto quadrante $(y \geq -x)$.

3. Il limite vale $\ell = \frac{1}{5}$

4. La serie è convergente per $\alpha > 9$

5. Il limite vale $\ell = 4$

6. Una primitiva è $F(x) = 9\left[-\frac{1}{x}\arctan x + \ln \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right] + c$. L'integrale improprio vale $\frac{9}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \log 2\right)$

7. $y(x) = 5(4xe^{-x} + x^2 - 4x + 6)$

Fila 5

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{6\}$. La funzione non presenta simmetrie.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. $\lim_{x\to 6^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 6^+} f(x) = +\infty$. La retta $x = 6$ è asintoto verticale destro. La retta $y = e(x+12)$ è asintoto obliquo completo. Non esistono asintoti orizzontali.
La derivata prima è

$$f'(x) = \exp\left(\frac{x+6}{x-6}\right)\frac{x^2-24x+36}{(x-6)^2}$$

$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$. Non esistono punti di non derivabilità. f è crescente in $(-\infty, 6(2-\sqrt{3})) \cup 6(2+\sqrt{3})), +\infty)$ e decrescente in $(6(2-\sqrt{3}), 6) \cup (6, 6(2+\sqrt{3}))$. $x = 6(2-\sqrt{3})$ è punto di massimo relativo, $x = 6(2+\sqrt{3})$ è punto di minimo relativo. Non esistono punti di massimo o minimo assoluto in quanto f è illimitatata.
Si ha $\lim_{x\to 6^-} f'(x) = 0$, quindi f ha concavità rivolta verso l'alto in un intorno sinistro di 6. Inoltre f ha concavità rivolta verso il basso in un intorno completo di $6(2-\sqrt{3})$ (essendo questo punto di massimo). Si avrà allora un punto di flesso nell'intervallo $6(2-\sqrt{3}), 6)$.

2. Il luogo geometrico è una semicerchio, ovvero l'insieme dei punti del cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 1 che contemporaneamente stanno a destra della bisettrice del secondo e quarto quadrante $(y \geq -x)$.

3. Il limite vale $\ell = \frac{1}{6}$

4. La serie è convergente per $\alpha > 11$

5. Il limite vale $\ell = 5$

6. Una primitiva è $F(x) = 11\left[-\frac{1}{x}\arctan x + \ln\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right] + c$. L'integrale improprio vale $\frac{11}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \log 2\right)$

7. $y(x) = 6(4xe^{-x} + x^2 - 4x + 6)$

Fila 6

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{7\}$. La funzione non presenta simmetrie.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. $\lim_{x\to 7^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 7^+} f(x) = +\infty$. La retta $x = 7$ è asintoto verticale destro. La retta $y = e(x+14)$ è asintoto obliquo completo. Non esistono asintoti orizzontali.
La derivata prima è

$$f'(x) = \exp\left(\frac{x+7}{x-7}\right)\frac{x^2-28x+49}{(x-7)^2}$$

$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$. Non esistono punti di non derivabilità. f è crescente in $(-\infty, 7(2-\sqrt{3})) \cup 7(2+\sqrt{3})), +\infty)$ e decrescente in $(7(2-\sqrt{3}), 7) \cup (7, 7(2+\sqrt{3}))$. $x = 7(2-\sqrt{3})$ è punto di massimo relativo, $x = 7(2+\sqrt{3})$ è punto di minimo relativo. Non esistono punti di massimo o minimo assoluto in quanto f è illimitatata.
Si ha $\lim_{x\to 7^-} f'(x) = 0$, quindi f ha concavità rivolta verso l'alto in un intorno sinistro di 7. Inoltre f ha concavità rivolta verso il basso in un intorno completo di $7(2-\sqrt{3})$ (essendo questo punto di massimo). Si avrà allora un punto di flesso nell'intervallo $7(2-\sqrt{3}), 7)$.

2. Il luogo geometrico è una semicerchio, ovvero l'insieme dei punti del cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 1 che contemporaneamente stanno a destra della bisettrice del secondo e quarto quadrante $(y \geq -x)$.

3. Il limite vale $\ell = \frac{1}{7}$

4. La serie è convergente per $\alpha > 13$

5. Il limite vale $\ell = 6$

6. Una primitiva è $F(x) = 13\left[-\frac{1}{x}\arctan x + \ln\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right] + c$. L'integrale improprio vale $\frac{13}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \log 2\right)$

7. $y(x) = 7(4xe^{-x} + x^2 - 4x + 6)$
