ANALISI MATEMATICA I - 11 gennaio 2012 - Allievi MECMLT - MECLT - MATLT - AUTLT (Sezione 1)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 3 ed è la metà del coefficiente di y'.

Fila 1

1. $\text{dom} f =]0, +\infty[$, non ci sono simmetrie.

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -24\pi$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 24\pi$, $y = 24\pi$ asintoto orizzontale, non ammette né asintoti verticali, né asintoti obliqui.

La derivata prima è

$$f'(x) = 2\frac{49 - \log^2 x}{x(1 + \log^2 x)^2} \quad \text{dom} f' = \text{dom} f\,.$$

f è crescente in $]e^{-7}, e^7[$ e decrescente in $]0, e^{-7}[\cup]e^7, +\infty[$; $x = e^{-7}$ è punto di minimo assoluto; $x = e^7$ è punto di massimo assoluto. f è limitata.

Dallo studio della derivata prima è evidente che ci deve essere un punto di flesso in $]e^{-7}, e^7[$, mentre la presenza di un punto di massimo ed il comportamento per $x \to +\infty$ implicano che ci deve essere un altro punto di flesso in $]e^7, +\infty[$.

2. $\frac{2}{\sqrt{2}}[\arctan 2 - \frac{\pi}{4}]$

3. $y(x) = c_1 e^x \cos x + c_2 e^x \sin x + 2\cos x + \sin x$

4. $y(x) = (1 + \cos^2 x)^2$

Fila 2

1. $\text{dom} f =]0, +\infty[$, non ci sono simmetrie.

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\frac{35}{2}\pi$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = \frac{35}{2}\pi$, $y = \frac{35}{2}\pi$ asintoto orizzontale, non ammette né asintoti verticali, né asintoti obliqui.

La derivata prima è

$$f'(x) = 2\frac{36 - \log^2 x}{x(1 + \log^2 x)^2} \quad \text{dom} f' = \text{dom} f\,.$$

f è crescente in $]e^{-6}, e^6[$ e decrescente in $]0, e^{-6}[\cup]e^6, +\infty[$; $x = e^{-6}$ è punto di minimo assoluto; $x = e^6$ è punto di massimo assoluto. f è limitata.

Dallo studio della derivata prima è evidente che ci deve essere un punto di flesso in $]e^{-6}, e^6[$, mentre la presenza di un punto di massimo ed il comportamento per $x \to +\infty$ implicano che ci deve essere un altro punto di flesso in $]e^6, +\infty[$.

2. $\frac{2}{\sqrt{5}}[\arctan 2 - \frac{\pi}{4}]$

3. $y(x) = c_1 e^{2x} \cos x + c_2 e^{2x} \sin x + \cos x + \sin x$

4. $y(x) = (1 + \cos^2 x)^3$

Fila 3

1. $\text{dom} f =]0, +\infty[$, non ci sono simmetrie.

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -12\pi$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 12\pi$, $y = 12\pi$ asintoto orizzontale, non ammette né asintoti verticali, né asintoti obliqui.

La derivata prima è

$$f'(x) = 2\frac{25 - \log^2 x}{x(1+\log^2 x)^2} \quad \text{dom} f' = \text{dom} f\,.$$

f è crescente in $]e^{-5}, e^5[$ e decrescente in $]0, e^{-5}[\cup]e^5, +\infty[$; $x = e^{-5}$ è punto di minimo assoluto; $x = e^5$ è punto di massimo assoluto. f è limitata.

Dallo studio della derivata prima è evidente che ci deve essere un punto di flesso in $]e^{-5}, e^5[$, mentre la presenza di un punto di massimo ed il comportamento per $x \to +\infty$ implicano che ci deve essere un altro punto di flesso in $]e^5, +\infty[$.

2. $\frac{2}{\sqrt{10}}[\arctan 2 - \frac{\pi}{4}]$

3. $y(x) = c_1 e^{3x}\cos x + c_2 e^{3x}\sin x + \frac{2}{3}\cos x + \sin x$

4. $y(x) = (1+\cos^2 x)^4$

Fila 4

1. $\text{dom} f =]0, +\infty[$, non ci sono simmetrie.

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\frac{15}{2}\pi$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = \frac{15}{2}\pi$, $y = \frac{15}{2}\pi$ asintoto orizzontale, non ammette né asintoti verticali, né asintoti obliqui.

La derivata prima è

$$f'(x) = 2\frac{16 - \log^2 x}{x(1+\log^2 x)^2} \quad \text{dom} f' = \text{dom} f\,.$$

f è crescente in $]e^{-4}, e^4[$ e decrescente in $]0, e^{-4}[\cup]e^4, +\infty[$; $x = e^{-4}$ è punto di minimo assoluto; $x = e^4$ è punto di massimo assoluto. f è limitata.

Dallo studio della derivata prima è evidente che ci deve essere un punto di flesso in $]e^{-4}, e^4[$, mentre la presenza di un punto di massimo ed il comportamento per $x \to +\infty$ implicano che ci deve essere un altro punto di flesso in $]e^4, +\infty[$.

2. $\frac{2}{\sqrt{17}}[\arctan 2 - \frac{\pi}{4}]$

3. $y(x) = c_1 e^{4x}\cos x + c_2 e^{4x}\sin x + \frac{1}{2}\cos x + \sin x$

4. $y(x) = (1+\cos^2 x)^5$

Fila 5

1. $\text{dom} f =]0, +\infty[$, non ci sono simmetrie.

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -4\pi$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 4\pi$, $y = 4\pi$ asintoto orizzontale, non ammette né asintoti verticali, né asintoti obliqui.

La derivata prima è

$$f'(x) = 2\frac{9 - \log^2 x}{x(1+\log^2 x)^2} \quad \text{dom} f' = \text{dom} f\,.$$

f è crescente in $]e^{-3}, e^3[$ e decrescente in $]0, e^{-3}[\cup]e^3, +\infty[$; $x = e^{-3}$ è punto di minimo assoluto; $x = e^3$ è punto di massimo assoluto. f è limitata.

Dallo studio della derivata prima è evidente che ci deve essere un punto di flesso in $]e^{-3}, e^3[$, mentre la presenza di un punto di massimo ed il comportamento per $x \to +\infty$ implicano che ci deve essere un altro punto di flesso in $]e^3, +\infty[$.

2. $\frac{2}{\sqrt{26}}[\arctan 2 - \frac{\pi}{4}]$

3. $y(x) = c_1 e^{5x} \cos x + c_2 e^{5x} \sin x + \frac{2}{5} \cos x + \sin x$

4. $y(x) = (1 + \cos^2 x)^6$

Fila 6

1. $\mathrm{dom} f =]0, +\infty[$, non ci sono simmetrie.

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\frac{3}{2}\pi$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{3}{2}\pi$, $y = \frac{3}{2}\pi$ asintoto orizzontale, non ammette né asintoti verticali, né asintoti obliqui.

La derivata prima è

$$f'(x) = 2\frac{4 - \log^2 x}{x(1 + \log^2 x)^2} \quad \mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f\,.$$

f è crescente in $]e^{-2}, e^2[$ e decrescente in $]0, e^{-2}[\cup]e^2, +\infty[$; $x = e^{-2}$ è punto di minimo assoluto; $x = e^2$ è punto di massimo assoluto. f è limitata.

Dallo studio della derivata prima è evidente che ci deve essere un punto di flesso in $]e^{-2}, e^2[$, mentre la presenza di un punto di massimo ed il comportamento per $x \to +\infty$ implicano che ci deve essere un altro punto di flesso in $]e^2, +\infty[$.

2. $\frac{2}{\sqrt{37}}[\arctan 2 - \frac{\pi}{4}]$

3. $y(x) = c_1 e^{6x} \cos x + c_2 e^{6x} \sin x + \frac{1}{3} \cos x + \sin x$

4. $y(x) = (1 + \cos^2 x)^7$
