ANALISI MATEMATICA I - 20 gennaio 2011 - Allievi MECLT - MATLT - AUTLT (Sezione 1)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 8 ed è il dato iniziale.

Fila 1

1. (a) $\mathrm{dom} f = \mathbb{R}$, f è dispari.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1 + \frac{\pi}{4}$, $y = -1 + \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 - \frac{\pi}{4}$, $y = 1 - \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$

(c) $f'(x) = 2\frac{4-\sqrt{4+x^2}}{2(4+x^2)^{3/2}}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f è crescente per $|x| < 2\sqrt{3}$, $x = 2\sqrt{3}$ punto di massimo assoluto, $x = -2\sqrt{3}$ punto di minimo assoluto

(e) $f''(x) = 2x\frac{-6+\sqrt{4+x^2}}{(4+x^2)^{5/2}}$, f convessa in $]-4\sqrt{2}, 0[$ e in $]4\sqrt{2}, +\infty[$.

2. 0, $\sqrt[3]{2}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $\sqrt[3]{2}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $-\sqrt[3]{2}i$.

3. $\frac{1}{7}$

4. converge per $\beta < 1$, usando, ad esempio, il criterio della radice; se $\beta = 1$ risulta asintotica all'armonica e quindi divergente; diverge per $\beta > 1$.

5. continua in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; derivabile se $\alpha > \frac{2}{3}$, se $\alpha \leq \frac{2}{3}$ $x = 1$ punto angoloso.

6. 7

7. $\mathcal{F}(x) = e^x + 3(\frac{\pi}{4} - \arctan e^x)$

8. $\tilde{y}(x) = x^2 - 2 + 3e^{-x^2/2}$

Fila 2

1. (a) $\mathrm{dom} f = \mathbb{R}$, f è dispari.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1 + \frac{\pi}{4}$, $y = -1 + \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 - \frac{\pi}{4}$, $y = 1 - \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$

(c) $f'(x) = 3\frac{6-\sqrt{9+x^2}}{2(9+x^2)^{3/2}}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f è crescente per $|x| < 3\sqrt{3}$, $x = 3\sqrt{3}$ punto di massimo assoluto, $x = -3\sqrt{3}$ punto di minimo assoluto

(e) $f''(x) = 3x\frac{-9+\sqrt{9+x^2}}{(9+x^2)^{5/2}}$, f convessa in $]-6\sqrt{2}, 0[$ e in $]6\sqrt{2}, +\infty[$.

2. 0, $\sqrt[3]{3}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $\sqrt[3]{3}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $-\sqrt[3]{3}i$.

3. $\frac{1}{6}$

4. converge per $\beta < 2$, usando, ad esempio, il criterio della radice; se $\beta = 2$ risulta asintotica all'armonica e quindi divergente; diverge per $\beta > 2$.

5. continua in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; derivabile se $\alpha > \frac{4}{5}$, se $\alpha \leq \frac{4}{5}$ $x = 2$ punto angoloso.

6. 6

7. $\mathcal{F}(x) = e^x + 5(\frac{\pi}{4} - \arctan e^x)$

8. $\tilde{y}(x) = x^2 - 2 + 4e^{-x^2/2}$

Fila 3

1. (a) $\text{dom} f = \mathbb{R}$, f è dispari.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1 + \frac{\pi}{4}$, $y = -1 + \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 - \frac{\pi}{4}$, $y = 1 - \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$

(c) $f'(x) = 4\frac{8-\sqrt{16+x^2}}{2(16+x^2)^{3/2}}$, $\text{dom} f' = \text{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f è crescente per $|x| < 4\sqrt{3}$, $x = 4\sqrt{3}$ punto di massimo assoluto, $x = -4\sqrt{3}$ punto di minimo assoluto

(e) $f''(x) = 4x\frac{-12+\sqrt{16+x^2}}{(16+x^2)^{5/2}}$, f convessa in $]-8\sqrt{2}, 0[$ e in $]8\sqrt{2}, +\infty[$.

2. 0, $\sqrt[3]{4}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $\sqrt[3]{4}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $-\sqrt[3]{4}i$.

3. $\frac{1}{5}$

4. converge per $\beta < 3$, usando, ad esempio, il criterio della radice; se $\beta = 3$ risulta asintotica all'armonica e quindi divergente; diverge per $\beta > 3$.

5. continua in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; derivabile se $\alpha > \frac{6}{7}$, se $\alpha \leq \frac{6}{7}$ $x = 3$ punto angoloso.

6. 5

7. $\mathcal{F}(x) = e^x + 7(\frac{\pi}{4} - \arctan e^x)$

8. $\tilde{y}(x) = x^2 - 2 + 5e^{-x^2/2}$

Fila 4

1. (a) $\text{dom} f = \mathbb{R}$, f è dispari.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1 + \frac{\pi}{4}$, $y = -1 + \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 - \frac{\pi}{4}$, $y = 1 - \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$

(c) $f'(x) = 5\frac{10-\sqrt{25+x^2}}{2(25+x^2)^{3/2}}$, $\text{dom} f' = \text{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f è crescente per $|x| < 5\sqrt{3}$, $x = 5\sqrt{3}$ punto di massimo assoluto, $x = -5\sqrt{3}$ punto di minimo assoluto

(e) $f''(x) = 5x\frac{-15+\sqrt{25+x^2}}{(25+x^2)^{5/2}}$, f convessa in $]-10\sqrt{2}, 0[$ e in $]10\sqrt{2}, +\infty[$.

2. 0, $\sqrt[3]{5}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $\sqrt[3]{5}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $-\sqrt[3]{5}i$.

3. $\frac{1}{4}$

4. converge per $\beta < 4$, usando, ad esempio, il criterio della radice; se $\beta = 4$ risulta asintotica all'armonica e quindi divergente; diverge per $\beta > 4$.

5. continua in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; derivabile se $\alpha > \frac{8}{9}$, se $\alpha \leq \frac{8}{9}$ $x = 4$ punto angoloso.

6. 4

7. $\mathcal{F}(x) = e^x + 9(\frac{\pi}{4} - \arctan e^x)$

8. $\tilde{y}(x) = x^2 - 2 + 6e^{-x^2/2}$

Fila 5

1. (a) $\mathrm{dom} f = \mathbb{R}$, f è dispari.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1 + \frac{\pi}{4}$, $y = -1 + \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 - \frac{\pi}{4}$, $y = 1 - \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$

(c) $f'(x) = 6\frac{12-\sqrt{36+x^2}}{2(36+x^2)^{3/2}}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f è crescente per $|x| < 6\sqrt{3}$, $x = 6\sqrt{3}$ punto di massimo assoluto, $x = -6\sqrt{3}$ punto di minimo assoluto

(e) $f''(x) = 6x\frac{-18+\sqrt{36+x^2}}{(36+x^2)^{5/2}}$, f convessa in $]-12\sqrt{2}, 0[$ e in $]12\sqrt{2}, +\infty[$.

2. 0, $\sqrt[3]{6}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $\sqrt[3]{6}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $-\sqrt[3]{6}i$.

3. $\frac{1}{3}$

4. converge per $\beta < 5$, usando, ad esempio, il criterio della radice; se $\beta = 5$ risulta asintotica all'armonica e quindi divergente; diverge per $\beta > 5$.

5. continua in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; derivabile se $\alpha > \frac{10}{11}$, se $\alpha \leq \frac{10}{11}$ $x = 5$ punto angoloso.

6. 3

7. $\mathcal{F}(x) = e^x + 11(\frac{\pi}{4} - \arctan e^x)$

8. $\tilde{y}(x) = x^2 - 2 + 7e^{-x^2/2}$

Fila 6

1. (a) $\mathrm{dom} f = \mathbb{R}$, f è dispari.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1 + \frac{\pi}{4}$, $y = -1 + \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 - \frac{\pi}{4}$, $y = 1 - \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$

(c) $f'(x) = 7\frac{14-\sqrt{49+x^2}}{2(49+x^2)^{3/2}}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f è crescente per $|x| < 7\sqrt{3}$, $x = 7\sqrt{3}$ punto di massimo assoluto, $x = -7\sqrt{3}$ punto di minimo assoluto

(e) $f''(x) = 7x\frac{-21+\sqrt{49+x^2}}{(49+x^2)^{5/2}}$, f convessa in $]-14\sqrt{2}, 0[$ e in $]14\sqrt{2}, +\infty[$.

2. 0, $\sqrt[3]{7}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $\sqrt[3]{7}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $-\sqrt[3]{7}i$.

3. $\frac{1}{2}$

4. converge per $\beta < 6$, usando, ad esempio, il criterio della radice; se $\beta = 6$ risulta asintotica all'armonica e quindi divergente; diverge per $\beta > 6$.

5. continua in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; derivabile se $\alpha > \frac{12}{13}$, se $\alpha \leq \frac{12}{13}$ $x = 6$ punto angoloso.

6. 2

7. $\mathcal{F}(x) = e^x + 13(\frac{\pi}{4} - \arctan e^x)$

8. $\tilde{y}(x) = x^2 - 2 + 8e^{-x^2/2}$
