ANALISI MATEMATICA 1 - 2 febbraio 2015 - Allievi - INFLT - ETELT - MECLT - AUTLT - MATLT - MEC<br/>MLT

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 7 ed è il valore assunto dalla primitiva cercata in x = 1.

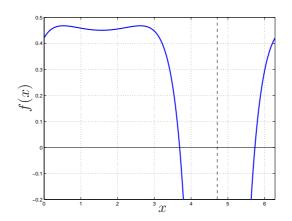
#### Fila 1

1. dom $f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ , non ci sono simmetrie; f è periodica di periodo  $2\pi$ .

 $f(0)=f(2\pi)=\frac{5}{2}-3\log 2$ ,  $\lim_{x\to\frac{3}{2}\pi}f(x)=-\infty$ ;  $x=\frac{3}{2}\pi$  as intoto verticale; non ammette altri as intoti.

$$f'(x) = \frac{(1 - 2\sin x)\cos x}{(1 + \sin x)(2 + \sin x)^2} \qquad \text{dom } f' = \text{dom } f.$$

f crescente in  $[0, \pi/6[\cup]\pi/2, 5\pi/6[\cup]3\pi/2, 2\pi[; x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$  punti di massimo relativo e assoluto,  $x = \frac{\pi}{2}$  punto di minimo relativo; la funzione è illimitata inferiormente.



- **2.** Le radici sono:  $z_0 = 2^{5/3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right), z_1 = 2^{5/3} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right), z_2 = -2^{5/3}i.$
- **3.**  $\ell = 7 \text{ se } \alpha = 5/2, \ \ell = +\infty \text{ se } \alpha > 5/2, \ \ell = 0 \text{ se } \alpha < 5/2$
- 4.  $\ell = -\frac{9}{2}$
- 5. L'integrale converge per  $0 < \beta < 7$ .
- **6.** Il polinomio è:  $p_2(x) = e^3 \left(1 + \frac{3}{2}(x-1) + \frac{3}{4}(x-1)^2\right)$
- 7. La primitiva è:  $F(x) = \frac{x}{2}[\cos(\log x) + \sin(\log x)] + \frac{1}{2}$
- 8.  $\tilde{y}(x) = -e^{-2x} + e^{-x} + \frac{1}{2}x \frac{3}{4}$ .  $\lim_{x \to +\infty} \tilde{y}(x)/x = \frac{1}{2}$

## Fila 2

1. dom $f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ , non ci sono simmetrie; f è periodica di periodo  $2\pi$ .

 $f(0)=f(2\pi)=\frac{14}{3}-3\log 3$ ,  $\lim_{x\to\frac{3}{2}\pi}f(x)=-\infty$ ;  $x=\frac{3}{2}\pi$  as intoto verticale; non ammette altri as intoti.

$$f'(x) = 4 \frac{(1 - 2\sin x)\cos x}{(1 + \sin x)(3 + \sin x)^2}$$
 dom  $f' = \text{dom } f$ .

f crescente in  $[0, \pi/6[\cup]\pi/2, 5\pi/6[\cup]3\pi/2, 2\pi[; x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$  punti di massimo relativo e assoluto,  $x = \frac{\pi}{2}$  punto di minimo relativo; la funzione è illimitata inferiormente.

Poichè f è derivabile in tutto il dominio, ci devono essere almeno due punti di flesso. Uno nell'intervallo  $]\pi/6,\pi/2[$  (tra un punto di massimo stazionario ed un punto di minimo stazionario) e l'altro in  $]\pi/2,5\pi/6[$  (tra un punto di minimo stazionario ed un punto di massimo stazionario).

- **2.** Le radici sono:  $z_0 = 2^{5/3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right), z_1 = 2^{5/3} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right), z_2 = -2^{5/3}i.$
- **3.**  $\ell = 6$  se  $\alpha = 5/2$ ,  $\ell = +\infty$  se  $\alpha > 5/2$ ,  $\ell = 0$  se  $\alpha < 5/2$
- 4.  $\ell = -\frac{25}{2}$
- 5. L'integrale converge per  $0 < \beta < 6$ .
- **6.** Il polinomio è:  $p_2(x) = e^5 \left(1 + \frac{5}{2}(x-1) + \frac{10}{4}(x-1)^2\right)$
- 7. La primitiva è:  $F(x) = \frac{x}{2} [\cos(\log x) + \sin(\log x)] + \frac{3}{2}$
- 8.  $\tilde{y}(x) = -\frac{1}{3}e^{-4x} + \frac{1}{3}e^{-x} + \frac{1}{4}x \frac{5}{16}$ .  $\lim_{x \to +\infty} \tilde{y}(x)/x = \frac{1}{4}$

### Fila 3

1.  $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ , non ci sono simmetrie; f è periodica di periodo  $2\pi$ .

 $f(0)=f(2\pi)=\frac{27}{4}-3\log 4$ ,  $\lim_{x\to \frac{3}{2}\pi}f(x)=-\infty$ ;  $x=\frac{3}{2}\pi$  as intoto verticale; non ammette altri as intoti.

$$f'(x) = 9 \frac{(1 - 2\sin x)\cos x}{(1 + \sin x)(4 + \sin x)^2} \qquad \text{dom } f' = \text{dom } f.$$

f crescente in  $[0, \pi/6[\cup]\pi/2, 5\pi/6[\cup]3\pi/2, 2\pi[; x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$  punti di massimo relativo e assoluto,  $x = \frac{\pi}{2}$  punto di minimo relativo; la funzione è illimitata inferiormente.

- **2.** Le radici sono:  $z_0 = 2^{5/3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right), z_1 = 2^{5/3} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right), z_2 = -2^{5/3}i.$
- 3.  $\ell = 5 \text{ se } \alpha = 5/2, \ \ell = +\infty \text{ se } \alpha > 5/2, \ \ell = 0 \text{ se } \alpha < 5/2$
- 4.  $\ell = -\frac{49}{2}$
- 5. L'integrale converge per  $0 < \beta < 5$ .
- **6.** Il polinomio è:  $p_2(x) = e^7 \left(1 + \frac{7}{2}(x-1) + \frac{21}{4}(x-1)^2\right)$

- 7. La primitiva è:  $F(x) = \frac{x}{2}[\cos(\log x) + \sin(\log x)] + \frac{5}{2}$
- 8.  $\tilde{y}(x) = -\frac{1}{5}e^{-6x} + \frac{1}{5}e^{-x} + \frac{1}{6}x \frac{7}{36}$ .  $\lim_{x \to +\infty} \tilde{y}(x)/x = \frac{1}{6}$

# Fila 4

1. dom $f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ , non ci sono simmetrie; f è periodica di periodo  $2\pi$ .

 $f(0)=f(2\pi)=\frac{44}{5}-3\log 5$ ,  $\lim_{x\to \frac{3}{2}\pi}f(x)=-\infty$ ;  $x=\frac{3}{2}\pi$  as intoto verticale; non ammette altri as intoti.

$$f'(x) = 16 \frac{(1 - 2\sin x)\cos x}{(1 + \sin x)(5 + \sin x)^2}$$
 dom  $f' = \text{dom } f$ .

f crescente in  $[0, \pi/6[\cup]\pi/2, 5\pi/6[\cup]3\pi/2, 2\pi[; x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$  punti di massimo relativo e assoluto,  $x = \frac{\pi}{2}$  punto di minimo relativo; la funzione è illimitata inferiormente.

Poichè f è derivabile in tutto il dominio, ci devono essere almeno due punti di flesso. Uno nell'intervallo  $]\pi/6,\pi/2[$  (tra un punto di massimo stazionario ed un punto di minimo stazionario) e l'altro in  $]\pi/2,5\pi/6[$  (tra un punto di minimo stazionario ed un punto di massimo stazionario).

- **2.** Le radici sono:  $z_0 = 2^{5/3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right), z_1 = 2^{5/3} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right), z_2 = -2^{5/3}i.$
- 3.  $\ell = 4 \text{ se } \alpha = 5/2, \ \ell = +\infty \text{ se } \alpha > 5/2, \ \ell = 0 \text{ se } \alpha < 5/2$
- 4.  $\ell = -\frac{81}{2}$
- 5. L'integrale converge per  $0 < \beta < 4$ .
- **6.** Il polinomio è:  $p_2(x) = e^9 \left(1 + \frac{9}{2}(x-1) + \frac{36}{4}(x-1)^2\right)$
- 7. La primitiva è:  $F(x) = \frac{x}{2}[\cos(\log x) + \sin(\log x)] + \frac{7}{2}$
- 8.  $\tilde{y}(x) = -\frac{1}{7}e^{-8x} + \frac{1}{7}e^{-x} + \frac{1}{8}x \frac{9}{64}$ .  $\lim_{x \to +\infty} \tilde{y}(x)/x = \frac{1}{8}$

### Fila 5

1.  $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ , non ci sono simmetrie; f è periodica di periodo  $2\pi$ .

 $f(0)=f(2\pi)=\frac{65}{6}-3\log 6$ ,  $\lim_{x\to\frac{3}{2}\pi}f(x)=-\infty$ ;  $x=\frac{3}{2}\pi$  as intoto verticale; non ammette altri as intoti.

$$f'(x) = 25 \frac{(1 - 2\sin x)\cos x}{(1 + \sin x)(6 + \sin x)^2}$$
 dom  $f' = \text{dom } f$ .

f crescente in  $[0, \pi/6[\cup]\pi/2, 5\pi/6[\cup]3\pi/2, 2\pi[; x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$  punti di massimo relativo e assoluto,  $x = \frac{\pi}{2}$  punto di minimo relativo; la funzione è illimitata inferiormente.

- **2.** Le radici sono:  $z_0 = 2^{5/3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right), z_1 = 2^{5/3} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right), z_2 = -2^{5/3}i.$
- **3.**  $\ell = 3 \text{ se } \alpha = 5/2, \ \ell = +\infty \text{ se } \alpha > 5/2, \ \ell = 0 \text{ se } \alpha < 5/2$

- 4.  $\ell = -\frac{121}{2}$
- 5. L'integrale converge per  $0 < \beta < 3$ .
- **6.** Il polinomio è:  $p_2(x) = e^{11} \left( 1 + \frac{11}{2} (x 1) + \frac{55}{4} (x 1)^2 \right)$
- 7. La primitiva è:  $F(x) = \frac{x}{2}[\cos(\log x) + \sin(\log x)] + \frac{9}{2}$
- 8.  $\tilde{y}(x) = -\frac{1}{9}e^{-10x} + \frac{1}{9}e^{-x} + \frac{1}{10}x \frac{11}{100}$ .  $\lim_{x \to +\infty} \tilde{y}(x)/x = \frac{1}{10}$

## Fila 6

1. dom $f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ , non ci sono simmetrie; f è periodica di periodo  $2\pi$ .

 $f(0)=f(2\pi)=\frac{90}{7}-3\log 7$ ,  $\lim_{x\to\frac{3}{2}\pi}f(x)=-\infty$ ;  $x=\frac{3}{2}\pi$  asintoto verticale; non ammette altri asintoti.

$$f'(x) = 36 \frac{(1 - 2\sin x)\cos x}{(1 + \sin x)(7 + \sin x)^2} \qquad \text{dom } f' = \text{dom } f.$$

f crescente in  $[0, \pi/6[\cup]\pi/2, 5\pi/6[\cup]3\pi/2, 2\pi[; x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$  punti di massimo relativo e assoluto,  $x = \frac{\pi}{2}$  punto di minimo relativo; la funzione è illimitata inferiormente.

- **2.** Le radici sono:  $z_0 = 2^{5/3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right), z_1 = 2^{5/3} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right), z_2 = -2^{5/3}i.$
- **3.**  $\ell = 2 \text{ se } \alpha = 5/2, \ \ell = +\infty \text{ se } \alpha > 5/2, \ \ell = 0 \text{ se } \alpha < 5/2$
- 4.  $\ell = -\frac{169}{2}$
- 5. L'integrale converge per  $0 < \beta < 2$ .
- **6.** Il polinomio è:  $p_2(x) = e^{13} \left( 1 + \frac{13}{2}(x-1) + \frac{78}{4}(x-1)^2 \right)$
- 7. La primitiva è:  $F(x) = \frac{x}{2}[\cos(\log x) + \sin(\log x)] + \frac{11}{2}$
- 8.  $\tilde{y}(x) = -\frac{1}{11}e^{-12x} + \frac{1}{11}e^{-x} + \frac{1}{12}x \frac{13}{144}$ .  $\lim_{x \to +\infty} \tilde{y}(x)/x = \frac{1}{12}$