ANALISI MATEMATICA II- 12 APRILE 2017 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dalla radice quadrata dell'intero sottratto ad x^2 nel testo dell'esercizio 6.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$, mentre le altre derivate non esistono. Quindi f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $m = -\frac{4}{3}$ assunto nel punto $(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$; $M = 2\sqrt{3}$ assunto in $(-\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{1}{3}})$.

3. $\overrightarrow{F}$ è conservativo per $\alpha = 2/\pi$ e $\beta = -4$; $I = 2$ e si può ottenere da $\varphi(0, \pi, 1) - \varphi(0, 0, \sqrt{2})$, dove un potenziale $\varphi(x, y, z) = \frac{1}{\pi} y^2 \sin(\pi z) - 2z^2 e^{-x}$.

4. $\frac{2^{3/2}}{3}\pi[\frac{3^{3/2}-2^{3/2}}{4}]$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I =]-\infty, 2]$ a f con $f(x) = \log 2$ se $x < 2$ e $f(2) = \log 3$. Converge uniformemente in ogni insieme $]-\infty, b]$ (con $b < 2$).

6. Ponendo $e^{x^2-1} = t$, si può studiare come serie di potenze e si trova che il raggio di convergenza è 1 indipendentemente da β. Per ogni β la serie converge puntualmente per $x \in]-1, 1[$; per $\beta > -6$ la serie converge anche in $x = \pm 1$. Se $\beta > -6$ converge totalmente (e quindi uniformemente) in $[-1, 1]$; altrimenti la convergenza totale (e quindi uniforme) si ha in $[-r, r]$ con $0 < r < 1$.

7. $3 \log 3 - 2 \log 2 - 1$

8. $f(t, y) = \frac{\sin y}{\sin y + 2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e limitata quindi sublineare, esistenza ed unicità globali; $u = 0, \pi, 2\pi$ soluzioni stazionarie; se $0 < y_0 < \pi$ soluzione u crescente; se $\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u decrescente. Se $0 < y_0 < \pi$ la soluzione u è convessa per $t < t_1$ (con $u(t_1) = \frac{\pi}{2}$), concava per $t > t_1$. Se $\pi < y_0 < 2\pi$ la soluzione u è convessa per $t > t_2$ (con $u(t_2) = \frac{3}{2}\pi$), concava per $t < t_2$. Per $0 < y_0 < \pi$, $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; per $\pi < y_0 < 2\pi$ $u = 2\pi$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$. Per $0 < y_0 < \pi$ e per $\pi < y_0 < 2\pi$, $u = \pi$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$, mentre le altre derivate non esistono. Quindi f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $m = -\frac{4}{3}$ assunto nel punto $(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$; $M = 2\sqrt{3}$ assunto in $(-\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{1}{3}})$.

3. $\overrightarrow{F}$ è conservativo per $\alpha = 2/\pi$ e $\beta = -6$; $I = 3$ e si può ottenere da $\varphi(0, \pi, 1) - \varphi(0, 0, \sqrt{2})$, dove un potenziale $\varphi(x, y, z) = \frac{1}{\pi} y^2 \sin(\pi z) - 3z^2 e^{-x}$.

4. $\frac{2^{3/2}}{3}\pi[\frac{3^{3/2}-2^{3/2}}{9}]$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I =]-\infty, 3]$ a f con $f(x) = \log 3$ se $x < 3$ e $f(3) = \log 4$. Converge uniformemente in ogni insieme $]-\infty, b]$ (con $b < 3$).

6. Ponendo $e^{x^2-4}=t$, si può studiare come serie di potenze e si trova che il raggio di convergenza è 1 indipendentemente da β. Per ogni β la serie converge puntualmente per $x \in]-2,2[$; per $\beta > -5$ la serie converge anche in $x = \pm 2$. Se $\beta > -5$ converge totalmente (e quindi uniformemente) in $[-2,2]$; altrimenti la convergenza totale (e quindi uniforme) si ha in $[-r,r]$ con $0 < r < 2$.

7. $4\log 4 - 3\log 3 - 1$

8. $f(t,y) = \frac{\sin y}{\sin y + 3}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e limitata quindi sublineare, esistenza ed unicità globali; $u = 0, \pi, 2\pi$ soluzioni stazionarie; se $0 < y_0 < \pi$ soluzione u crescente; se $\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u decrescente. Se $0 < y_0 < \pi$ la soluzione u è convessa per $t < t_1$ (con $u(t_1) = \frac{\pi}{2}$), concava per $t > t_1$. Se $\pi < y_0 < 2\pi$ la soluzione u è convessa per $t > t_2$ (con $u(t_2) = \frac{3}{2}\pi$), concava per $t < t_2$. Per $0 < y_0 < \pi$, $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; per $\pi < y_0 < 2\pi$ $u = 2\pi$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$. Per $0 < y_0 < \pi$ e per $\pi < y_0 < 2\pi$, $u = \pi$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$, mentre le altre derivate non esistono. Quindi f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $m = -\frac{4}{3}$ assunto nel punto $(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$; $M = 2\sqrt{3}$ assunto in $(-\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{1}{3}})$.

3. $\overrightarrow{F}$ è conservativo per $\alpha = 2/\pi$ e $\beta = -8$; $I = 4$ e si può ottenere da $\varphi(0,\pi,1) - \varphi(0,0,\sqrt{2})$, dove un potenziale $\varphi(x,y,z) = \frac{1}{\pi}y^2\sin(\pi z) - 4z^2e^{-x}$.

4. $\frac{2^{3/2}}{3}\pi[\frac{3^{3/2}-2^{3/2}}{16}]$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I =]-\infty, 4]$ a f con $f(x) = \log 4$ se $x < 4$ e $f(4) = \log 5$. Converge uniformemente in ogni insieme $]-\infty, b]$ (con $b < 4$).

6. Ponendo $e^{x^2-9}=t$, si può studiare come serie di potenze e si trova che il raggio di convergenza è 1 indipendentemente da β. Per ogni β la serie converge puntualmente per $x \in]-3,3[$; per $\beta > -4$ la serie converge anche in $x = \pm 3$. Se $\beta > -4$ converge totalmente (e quindi uniformemente) in $[-3,3]$; altrimenti la convergenza totale (e quindi uniforme) si ha in $[-r,r]$ con $0 < r < 3$.

7. $5\log 5 - 4\log 4 - 1$

8. $f(t,y) = \frac{\sin y}{\sin y + 4}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e limitata quindi sublineare, esistenza ed unicità globali; $u = 0, \pi, 2\pi$ soluzioni stazionarie; se $0 < y_0 < \pi$ soluzione u crescente; se $\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u decrescente. Se $0 < y_0 < \pi$ la soluzione u è convessa per $t < t_1$ (con $u(t_1) = \frac{\pi}{2}$), concava per $t > t_1$. Se $\pi < y_0 < 2\pi$ la soluzione u è convessa per $t > t_2$ (con $u(t_2) = \frac{3}{2}\pi$), concava per $t < t_2$. Per $0 < y_0 < \pi$, $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; per $\pi < y_0 < 2\pi$ $u = 2\pi$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$. Per $0 < y_0 < \pi$ e per $\pi < y_0 < 2\pi$, $u = \pi$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.
