ANALISI MATEMATICA II- 13 GENNAIO 2014 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dalle metà del coefficiente di x nell'esercizio 7.

COMPITO 1

1. f è continua e differenziabile in $(0,0)$, quindi esistono tutte le derivate direzionali.
2. $m = -\frac{1}{9}$ assunto in $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{9})$ e $M = \frac{16}{3}$ assunto in $(2,4)$.
3. 2π
4. $2(e^3 - e^2)$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha > 0$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in ogni intervallo $[a,b]$; converge uniformemente in $\mathbb{R}$ per $\alpha > 7$.
6. raggio $\frac{1}{3}$; la serie converge anche in $x = -\frac{1}{3}$; converge uniformemente in $\left[-\frac{1}{3}, b\right]$ con $0 < b < \frac{1}{3}$.
7. $a_0 = \pi$, $a_n = 0$ se n è pari e ≥ 2, $a_n = -\frac{4}{n^2\pi}$ se n è dispari, $b_n = \frac{2}{n}(-1)^n$.
8. $f(t,y) = e^{y^2-3y} - 1$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 0$ e $u = 3$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > 3$ soluzione u crescente; se $0 < y_0 < 3$ soluzione u decrescente. Se $0 < y_0 < 3$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 3/2$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < 0$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 3$, convessa. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 > 0$ e $u = 3$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra $\forall y_0 < 3$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.

COMPITO 2

1. f è continua e differenziabile in $(0,0)$, quindi esistono tutte le derivate direzionali.
2. $m = -\frac{1}{25}$ assunto in $(-\frac{1}{5}, \frac{1}{25})$ e $M = \frac{24}{5}$ assunto in $(2,4)$.
3. 2π
4. $2(e^4 - e^3)$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha > 0$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in ogni intervallo $[a,b]$; converge uniformemente in $\mathbb{R}$ per $\alpha > 6$.
6. raggio $\frac{1}{4}$; la serie converge anche in $x = -\frac{1}{4}$; converge uniformemente in $\left[-\frac{1}{4}, b\right]$ con $0 < b < \frac{1}{4}$.
7. $a_0 = 2\pi$, $a_n = 0$ se n è pari e ≥ 2, $a_n = -\frac{8}{n^2\pi}$ se n è dispari, $b_n = \frac{4}{n}(-1)^n$.
8. $f(t,y) = e^{y^2-5y} - 1$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 0$ e $u = 5$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > 5$ soluzione u crescente; se $0 < y_0 < 5$ soluzione u decrescente. Se $0 < y_0 < 5$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 5/2$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < 0$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 5$, convessa. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 > 0$ e $u = 5$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra $\forall y_0 < 5$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.

COMPITO 3

1. f è continua e differenziabile in $(0,0)$, quindi esistono tutte le derivate direzionali.

2. $m = -\frac{1}{49}$ assunto in $(-\frac{1}{7}, \frac{1}{49})$ e $M = \frac{32}{7}$ assunto in $(2, 4)$.

3. 2π

4. $2(e^5 - e^4)$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha > 0$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in ogni intervallo $[a, b]$; converge uniformemente in $\mathbb{R}$ per $\alpha > 5$.

6. raggio $\frac{1}{5}$; la serie converge anche in $x = -\frac{1}{5}$; converge uniformemente in $\left[-\frac{1}{5}, b\right]$ con $0 < b < \frac{1}{5}$.

7. $a_0 = 3\pi$, $a_n = 0$ se n è pari e ≥ 2, $a_n = -\frac{12}{n^2\pi}$ se n è dispari, $b_n = \frac{6}{n}(-1)^n$.

8. $f(t, y) = e^{y^2-7y} - 1$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 0$ e $u = 7$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > 7$ soluzione u crescente; se $0 < y_0 < 7$ soluzione u decrescente. Se $0 < y_0 < 7$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 7/2$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < 0$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 7$, convessa. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 > 0$ e $u = 7$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra $\forall y_0 < 7$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.

COMPITO 4

1. f è continua e differenziabile in $(0, 0)$, quindi esistono tutte le derivate direzionali.

2. $m = -\frac{1}{81}$ assunto in $(-\frac{1}{9}, \frac{1}{81})$ e $M = \frac{40}{9}$ assunto in $(2, 4)$.

3. 2π

4. $2(e^6 - e^5)$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha > 0$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in ogni intervallo $[a, b]$; converge uniformemente in $\mathbb{R}$ per $\alpha > 4$.

6. raggio $\frac{1}{6}$; la serie converge anche in $x = -\frac{1}{6}$; converge uniformemente in $\left[-\frac{1}{6}, b\right]$ con $0 < b < \frac{1}{6}$.

7. $a_0 = 4\pi$, $a_n = 0$ se n è pari e ≥ 2, $a_n = -\frac{16}{n^2\pi}$ se n è dispari, $b_n = \frac{8}{n}(-1)^n$.

8. $f(t, y) = e^{y^2-9y} - 1$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 0$ e $u = 9$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > 9$ soluzione u crescente; se $0 < y_0 < 9$ soluzione u decrescente. Se $0 < y_0 < 9$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 9/2$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < 0$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 9$, convessa. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 > 0$ e $u = 9$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra $\forall y_0 < 9$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.

COMPITO 5

1. f è continua e differenziabile in $(0, 0)$, quindi esistono tutte le derivate direzionali.

2. $m = -\frac{1}{121}$ assunto in $(-\frac{1}{11}, \frac{1}{121})$ e $M = \frac{48}{11}$ assunto in $(2, 4)$.

3. 2π

4. $2(e^7 - e^6)$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha > 0$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in ogni intervallo $[a, b]$; converge uniformemente in $\mathbb{R}$ per $\alpha > 3$.

6. raggio $\frac{1}{7}$; la serie converge anche in $x = -\frac{1}{7}$; converge uniformemente in $\left[-\frac{1}{7}, b\right]$ con $0 < b < \frac{1}{7}$.
7. $a_0 = 5\pi$, $a_n = 0$ se n è pari e ≥ 2, $a_n = -\frac{20}{n^2\pi}$ se n è dispari, $b_n = \frac{10}{n}(-1)^n$.
8. $f(t, y) = e^{y^2-11y} - 1$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 0$ e $u = 11$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > 11$ soluzione u crescente; se $0 < y_0 < 11$ soluzione u decrescente. Se $0 < y_0 < 11$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 11/2$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < 0$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 11$, convessa. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 > 0$ e $u = 11$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra $\forall y_0 < 11$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.

COMPITO 6

1. f è continua e differenziabile in $(0, 0)$, quindi esistono tutte le derivate direzionali.
2. $m = -\frac{1}{169}$ assunto in $(-\frac{1}{13}, \frac{1}{169})$ e $M = \frac{56}{13}$ assunto in $(2, 4)$.
3. 2π
4. $2(e^8 - e^7)$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha > 0$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in ogni intervallo $[a, b]$; converge uniformemente in $\mathbb{R}$ per $\alpha > 2$.
6. raggio $\frac{1}{8}$; la serie converge anche in $x = -\frac{1}{8}$; converge uniformemente in $\left[-\frac{1}{8}, b\right]$ con $0 < b < \frac{1}{8}$.
7. $a_0 = 6\pi$, $a_n = 0$ se n è pari e ≥ 2, $a_n = -\frac{24}{n^2\pi}$ se n è dispari, $b_n = \frac{12}{n}(-1)^n$.
8. $f(t, y) = e^{y^2-13y} - 1$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 0$ e $u = 13$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > 13$ soluzione u crescente; se $0 < y_0 < 13$ soluzione u decrescente. Se $0 < y_0 < 13$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 13/2$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < 0$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 13$, convessa. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 > 0$ e $u = 13$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra $\forall y_0 < 13$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.
