ANALISI MATEMATICA II- 13 GENNAIO 2016 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dall'intero sottratto ad α nell'esercizio 1.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha < 5/2$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ esiste per ogni $\alpha \leq 2$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ esiste per ogni α; f è differenziabile in $(0,0)$ solo per $\alpha < 2$.

2. $m = -4$ assunto nel punto della parabola $y = x^2 - 4$ di ascissa $-1/2$; $M = 9/4$ assunto sul segmento congiungente $(2,0)$ e $(0,2)$.

3. $\overrightarrow{F}$ è un gradiente, un potenziale $\varphi(x,y) = e^x \cos y + 7e^x \sin x + x \sin y + y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(0,\pi) - \varphi(0,0) = \pi - 2$

4. $8\pi\sqrt{3}$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0,7]$ a f con $f(x) \equiv 1$ per $0 \leq x < 7$, $f(7) = e$; converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0 < b < 7$. $\{f_n'\}$ converge puntualmente in $I' = [0,7[$.

6. Converge puntualmente in $]-\infty, 0[$ per ogni β; converge anche in $x = 0$ se $\beta > 1/7$. Converge totalmente in $]-\infty, 0]$ se $\beta > 1/7$.

7. I punti stazionari sono del tipo $(\pm 1, y)$, con $y \in \mathbb{R}$; se $y > 2$ sono punti di minimo relativo; se $y < 2$ sono punti di massimo relativo; $(\pm 1, 2)$ sono punti di sella.

8. $f(t,y) = (y-2)\arctan^2(y-2)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 2$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 2$, soluzione u decrescente; se $y_0 > 2$ soluzione u crescente. Se $y_0 < 2$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 2$, convessa. Se $y_0 < 2$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ e $u = 2$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; se $y_0 > 2$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 2$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha < 7/2$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ esiste per ogni $\alpha \leq 3$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ esiste per ogni α; f è differenziabile in $(0,0)$ solo per $\alpha < 3$.

2. $m = -9$ assunto nel punto della parabola $y = x^2 - 9$ di ascissa $-1/2$; $M = 13/4$ assunto sul segmento congiungente $(3,0)$ e $(0,3)$.

3. $\overrightarrow{F}$ è un gradiente, un potenziale $\varphi(x,y) = e^x \cos y + 6e^x \sin x + x \sin y + y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(0,\pi) - \varphi(0,0) = \pi - 2$

4. $18\pi\sqrt{4}$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0,6]$ a f con $f(x) \equiv 1$ per $0 \leq x < 6$, $f(6) = e$; converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0 < b < 6$. $\{f_n'\}$ converge puntualmente in $I' = [0,6[$.

6. Converge puntualmente in $]-\infty, 0[$ per ogni β; converge anche in $x = 0$ se $\beta > 1/6$. Converge totalmente in $]-\infty, 0]$ se $\beta > 1/6$.

7. I punti stazionari sono del tipo $(\pm 1, y)$, con $y \in \mathbb{R}$; se $y > 3$ sono punti di minimo relativo; se $y < 3$ sono punti di massimo relativo; $(\pm 1, 3)$ sono punti di sella.

8. $f(t,y) = (y-3)\arctan^2(y-3)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 3$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 3$, soluzione u decrescente; se $y_0 > 3$ soluzione u crescente. Se $y_0 < 3$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 3$, convessa. Se $y_0 < 3$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ e $u = 3$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; se $y_0 > 3$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 3$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha < 9/2$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ esiste per ogni $\alpha \leq 4$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ esiste per ogni α; f è differenziabile in $(0,0)$ solo per $\alpha < 4$.
2. $m = -16$ assunto nel punto della parabola $y = x^2 - 16$ di ascissa $-1/2$; $M = 17/4$ assunto sul segmento congiungente $(4,0)$ e $(0,4)$.
3. $\overrightarrow{F}$ è un gradiente, un potenziale $\varphi(x,y) = e^x \cos y + 5e^x \sin x + x \sin y + y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(0,\pi) - \varphi(0,0) = \pi - 2$
4. $32\pi\sqrt{5}$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0,5]$ a f con $f(x) \equiv 1$ per $0 \leq x < 5$, $f(5) = e$; converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0 < b < 5$. $\{f_n'\}$ converge puntualmente in $I' = [0,5[$.
6. Converge puntualmente in $]-\infty,0[$ per ogni β; converge anche in $x = 0$ se $\beta > 1/5$. Converge totalmente in $]-\infty,0]$ se $\beta > 1/5$.
7. I punti stazionari sono del tipo $(\pm1,y)$, con $y \in \mathbb{R}$; se $y > 4$ sono punti di minimo relativo; se $y < 4$ sono punti di massimo relativo; $(\pm1,4)$ sono punti di sella.
8. $f(t,y) = (y-4)\arctan^2(y-4)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 4$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 4$, soluzione u decrescente; se $y_0 > 4$ soluzione u crescente. Se $y_0 < 4$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 4$, convessa. Se $y_0 < 4$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ e $u = 4$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; se $y_0 > 4$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 4$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 4

1. f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha < 11/2$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ esiste per ogni $\alpha \leq 5$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ esiste per ogni α; f è differenziabile in $(0,0)$ solo per $\alpha < 5$.
2. $m = -25$ assunto nel punto della parabola $y = x^2 - 25$ di ascissa $-1/2$; $M = 21/4$ assunto sul segmento congiungente $(5,0)$ e $(0,5)$.
3. $\overrightarrow{F}$ è un gradiente, un potenziale $\varphi(x,y) = e^x \cos y + 4e^x \sin x + x \sin y + y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(0,\pi) - \varphi(0,0) = \pi - 2$
4. $50\pi\sqrt{6}$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0,4]$ a f con $f(x) \equiv 1$ per $0 \leq x < 4$, $f(4) = e$; converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0 < b < 4$. $\{f_n'\}$ converge puntualmente in $I' = [0,4[$.
6. Converge puntualmente in $]-\infty,0[$ per ogni β; converge anche in $x = 0$ se $\beta > 1/4$. Converge totalmente in $]-\infty,0]$ se $\beta > 1/4$.

7. I punti stazionari sono del tipo $(\pm 1, y)$, con $y \in \mathbb{R}$; se $y > 5$ sono punti di minimo relativo; se $y < 5$ sono punti di massimo relativo; $(\pm 1, 5)$ sono punti di sella.

8. $f(t, y) = (y-5)\arctan^2(y-5)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 5$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 5$, soluzione u decrescente; se $y_0 > 5$ soluzione u crescente. Se $y_0 < 5$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 5$, convessa. Se $y_0 < 5$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ e $u = 5$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; se $y_0 > 5$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 5$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 5

1. f è continua in $(0, 0)$ per ogni $\alpha < 13/2$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ esiste per ogni $\alpha \leq 6$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ esiste per ogni α; f è differenziabile in $(0, 0)$ solo per $\alpha < 6$.

2. $m = -36$ assunto nel punto della parabola $y = x^2 - 36$ di ascissa $-1/2$; $M = 25/4$ assunto sul segmento congiungente $(6, 0)$ e $(0, 6)$.

3. $\overrightarrow{F}$ è un gradiente, un potenziale $\varphi(x, y) = e^x \cos y + 3e^x \sin x + x \sin y + y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(0, \pi) - \varphi(0, 0) = \pi - 2$

4. $72\pi\sqrt{7}$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0, 3]$ a f con $f(x) \equiv 1$ per $0 \leq x < 3$, $f(3) = e$; converge uniformemente in ogni intervallo $[0, b]$ con $0 < b < 3$. $\{f_n'\}$ converge puntualmente in $I' = [0, 3[$.

6. Converge puntualmente in $]-\infty, 0[$ per ogni β; converge anche in $x = 0$ se $\beta > 1/3$. Converge totalmente in $]-\infty, 0]$ se $\beta > 1/3$.

7. I punti stazionari sono del tipo $(\pm 1, y)$, con $y \in \mathbb{R}$; se $y > 6$ sono punti di minimo relativo; se $y < 6$ sono punti di massimo relativo; $(\pm 1, 6)$ sono punti di sella.

8. $f(t, y) = (y-6)\arctan^2(y-6)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 6$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 6$, soluzione u decrescente; se $y_0 > 6$ soluzione u crescente. Se $y_0 < 6$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 6$, convessa. Se $y_0 < 6$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ e $u = 6$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; se $y_0 > 6$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 6$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 6

1. f è continua in $(0, 0)$ per ogni $\alpha < 15/2$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ esiste per ogni $\alpha \leq 7$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ esiste per ogni α; f è differenziabile in $(0, 0)$ solo per $\alpha < 7$.

2. $m = -49$ assunto nel punto della parabola $y = x^2 - 49$ di ascissa $-1/2$; $M = 29/4$ assunto sul segmento congiungente $(7, 0)$ e $(0, 7)$.

3. $\overrightarrow{F}$ è un gradiente, un potenziale $\varphi(x, y) = e^x \cos y + 2e^x \sin x + x \sin y + y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(0, \pi) - \varphi(0, 0) = \pi - 2$

4. $98\pi\sqrt{8}$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0, 2]$ a f con $f(x) \equiv 1$ per $0 \leq x < 2$, $f(2) = e$; converge uniformemente in ogni intervallo $[0, b]$ con $0 < b < 2$. $\{f_n'\}$ converge puntualmente in $I' = [0, 2[$.

6. Converge puntualmente in $]-\infty, 0[$ per ogni β; converge anche in $x = 0$ se $\beta > 1/2$. Converge totalmente in $]-\infty, 0]$ se $\beta > 1/2$.

7. I punti stazionari sono del tipo $(\pm 1, y)$, con $y \in \mathbb{R}$; se $y > 7$ sono punti di minimo relativo; se $y < 7$ sono punti di massimo relativo; $(\pm 1, 7)$ sono punti di sella.

8. $f(t, y) = (y - 7) \arctan^2(y - 7)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 7$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 7$, soluzione u decrescente; se $y_0 > 7$ soluzione u crescente. Se $y_0 < 7$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 7$, convessa. Se $y_0 < 7$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ e $u = 7$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; se $y_0 > 7$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 7$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.
