Il numero del compito è dato dall'addendo costante al denominatore della serie nell'esercizio 6.

COMPITO 1

1. Continua se $\alpha > 2$. Esistono e sono nulle le derivate parziali, perché f si annulla lungo gli assi. Le altre derivate direzionali esistono e sono nulle se e solo se $\alpha > 3$.
2. $(1, y), y \in \mathbb{R}$ e $(1/3, 0)$ sono punti stazionari; $(1/3, 0)$ e $(1, y), |y| > 1$ sono punti di massimo; $(1, y), |y| < 1$ sono punti di minimo; $(1, y), |y| = 1$ sono punti di sella.
3. $\beta = 3$; un potenziale $\varphi(x, y) = \sin x + x \log(y^3) + \arctan(e^y)$.
4. 4π
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $I = [0, 7[$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in $[0, b]$ con $0 < b < 7$.
6. raggio $\sqrt[3]{3}$ indipendente da γ; se $\gamma > 1$, la serie converge anche in $x = \pm\sqrt[3]{3}$; se $0 < \gamma \leq 1$, si ha convergenza in $x = -\sqrt[3]{3}$, mentre per $\gamma = 0$ non converge sul bordo.
7. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$. $S(2\pi) = 0$, $S(3\pi) = \pi$, $S(\frac{5}{2}\pi) = \pi$.
8. $f(t, y) = t\frac{4-y^2}{y}$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 2$ soluzioni stazionarie; soluzioni pari; se $-2 < y_0 < 0$ o $y_0 > 2$ soluzione u decrescente per $t > 0$; se $y_0 < -2$ o $0 < y_0 < 2$ soluzione u crescente per $t > 0$; l'intervallo massimale di esistenza è $\mathbb{R}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione); la soluzione ammette $y = -2$ come asintoto orizzontale se $y_0 < 0$ e $y = 2$ se $y_0 > 0$.

COMPITO 2

1. Continua se $\alpha > 4$. Esistono e sono nulle le derivate parziali, perché f si annulla lungo gli assi. Le altre derivate direzionali esistono e sono nulle se e solo se $\alpha > 5$.
2. $(1, y), y \in \mathbb{R}$ e $(1/3, 0)$ sono punti stazionari; $(1/3, 0)$ e $(1, y), |y| > 1$ sono punti di massimo; $(1, y), |y| < 1$ sono punti di minimo; $(1, y), |y| = 1$ sono punti di sella.
3. $\beta = 5$; un potenziale $\varphi(x, y) = \sin x + x \log(y^5) + \arctan(e^y)$.
4. 7π
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $I = [0, 6[$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in $[0, b]$ con $0 < b < 6$.
6. raggio $\sqrt[3]{5}$ indipendente da γ; se $\gamma > 1$, la serie converge anche in $x = \pm\sqrt[3]{5}$; se $0 < \gamma \leq 1$, si ha convergenza in $x = -\sqrt[3]{5}$, mentre per $\gamma = 0$ non converge sul bordo.
7. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$. $S(2\pi) = 0$, $S(5\pi) = 2\pi$, $S(\frac{9}{2}\pi) = 2\pi$.
8. $f(t, y) = t\frac{9-y^2}{y}$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 3$ soluzioni stazionarie; soluzioni pari; se $-3 < y_0 < 0$ o $y_0 > 3$ soluzione u decrescente per $t > 0$; se $y_0 < -3$ o $0 < y_0 < 3$ soluzione u crescente per $t > 0$; l'intervallo massimale di esistenza è $\mathbb{R}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione); la soluzione ammette $y = -3$ come asintoto orizzontale se $y_0 < 0$ e $y = 3$ se $y_0 > 0$.

COMPITO 3

1. Continua se $\alpha > 6$. Esistono e sono nulle le derivate parziali, perché f si annulla lungo gli assi. Le altre derivate direzionali esistono e sono nulle se e solo se $\alpha > 7$.
2. $(1,y)\,, y \in \mathbb{R}$ e $(1/3,0)$ sono punti stazionari; $(1/3,0)$ e $(1,y)\,, |y| > 1$ sono punti di massimo; $(1,y)\,, |y| < 1$ sono punti di minimo; $(1,y)\,, |y| = 1$ sono punti di sella.
3. $\beta = 7$; un potenziale $\varphi(x,y) = \sin x + x\log(y^7) + \arctan(e^y)$.
4. 10π
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $I = [0,5[$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in $[0,b]$ con $0 < b < 5$.
6. raggio $\sqrt[3]{7}$ indipendente da γ; se $\gamma > 1$, la serie converge anche in $x = \pm\sqrt[3]{7}$; se $0 < \gamma \leq 1$, si ha convergenza in $x = -\sqrt[3]{7}$, mentre per $\gamma = 0$ non converge sul bordo.
7. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$. $S(2\pi) = 0$, $S(7\pi) = 3\pi$, $S(\frac{13}{2}\pi) = 3\pi$.
8. $f(t,y) = t\frac{16-y^2}{y}$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R}\setminus\{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 4$ soluzioni stazionarie; soluzioni pari; se $-4 < y_0 < 0$ o $y_0 > 4$ soluzione u decrescente per $t > 0$; se $y_0 < -4$ o $0 < y_0 < 4$ soluzione u crescente per $t > 0$; l'intervallo massimale di esistenza è $\mathbb{R}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione); la soluzione ammette $y = -4$ come asintoto orizzontale se $y_0 < 0$ e $y = 4$ se $y_0 > 0$.

COMPITO 4

1. Continua se $\alpha > 8$. Esistono e sono nulle le derivate parziali, perché f si annulla lungo gli assi. Le altre derivate direzionali esistono e sono nulle se e solo se $\alpha > 9$.
2. $(1,y)\,, y \in \mathbb{R}$ e $(1/3,0)$ sono punti stazionari; $(1/3,0)$ e $(1,y)\,, |y| > 1$ sono punti di massimo; $(1,y)\,, |y| < 1$ sono punti di minimo; $(1,y)\,, |y| = 1$ sono punti di sella.
3. $\beta = 9$; un potenziale $\varphi(x,y) = \sin x + x\log(y^9) + \arctan(e^y)$.
4. 13π
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $I = [0,4[$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in $[0,b]$ con $0 < b < 4$.
6. raggio $\sqrt[3]{9}$ indipendente da γ; se $\gamma > 1$, la serie converge anche in $x = \pm\sqrt[3]{9}$; se $0 < \gamma \leq 1$, si ha convergenza in $x = -\sqrt[3]{9}$, mentre per $\gamma = 0$ non converge sul bordo.
7. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$. $S(2\pi) = 0$, $S(9\pi) = 4\pi$, $S(\frac{17}{2}\pi) = 4\pi$.
8. $f(t,y) = t\frac{25-y^2}{y}$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R}\setminus\{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 5$ soluzioni stazionarie; soluzioni pari; se $-5 < y_0 < 0$ o $y_0 > 5$ soluzione u decrescente per $t > 0$; se $y_0 < -5$ o $0 < y_0 < 5$ soluzione u crescente per $t > 0$; l'intervallo massimale di esistenza è $\mathbb{R}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione); la soluzione ammette $y = -5$ come asintoto orizzontale se $y_0 < 0$ e $y = 5$ se $y_0 > 0$.

COMPITO 5

1. Continua se $\alpha > 10$. Esistono e sono nulle le derivate parziali, perché f si annulla lungo gli assi. Le altre derivate direzionali esistono e sono nulle se e solo se $\alpha > 11$.

2. $(1, y)\,, y \in \mathbb{R}$ e $(1/3, 0)$ sono punti stazionari; $(1/3, 0)$ e $(1, y)\,, |y| > 1$ sono punti di massimo; $(1, y)\,, |y| < 1$ sono punti di minimo; $(1, y)\,, |y| = 1$ sono punti di sella.

3. $\beta = 11$; un potenziale $\varphi(x, y) = \sin x + x \log(y^{11}) + \arctan(e^y)$.

4. 16π

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $I = [0, 3[$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in $[0, b]$ con $0 < b < 3$.

6. raggio $\sqrt[3]{11}$ indipendente da γ; se $\gamma > 1$, la serie converge anche in $x = \pm\sqrt[3]{11}$; se $0 < \gamma \le 1$, si ha convergenza in $x = -\sqrt[3]{11}$, mentre per $\gamma = 0$ non converge sul bordo.

7. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$. $S(2\pi) = 0$, $S(11\pi) = 5\pi$, $S(\frac{21}{2}\pi) = 5\pi$.

8. $f(t, y) = t\frac{36-y^2}{y}$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R}\setminus\{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 6$ soluzioni stazionarie; soluzioni pari; se $-6 < y_0 < 0$ o $y_0 > 6$ soluzione u decrescente per $t > 0$; se $y_0 < -6$ o $0 < y_0 < 6$ soluzione u crescente per $t > 0$; l'intervallo massimale di esistenza è $\mathbb{R}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione); la soluzione ammette $y = -6$ come asintoto orizzontale se $y_0 < 0$ e $y = 6$ se $y_0 > 0$.

COMPITO 6

1. Continua se $\alpha > 12$. Esistono e sono nulle le derivate parziali, perché f si annulla lungo gli assi. Le altre derivate direzionali esistono e sono nulle se e solo se $\alpha > 13$.

2. $(1, y)\,, y \in \mathbb{R}$ e $(1/3, 0)$ sono punti stazionari; $(1/3, 0)$ e $(1, y)\,, |y| > 1$ sono punti di massimo; $(1, y)\,, |y| < 1$ sono punti di minimo; $(1, y)\,, |y| = 1$ sono punti di sella.

3. $\beta = 13$; un potenziale $\varphi(x, y) = \sin x + x \log(y^{13}) + \arctan(e^y)$.

4. 19π

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $I = [0, 2[$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in $[0, b]$ con $0 < b < 2$.

6. raggio $\sqrt[3]{13}$ indipendente da γ; se $\gamma > 1$, la serie converge anche in $x = \pm\sqrt[3]{13}$; se $0 < \gamma \le 1$, si ha convergenza in $x = -\sqrt[3]{13}$, mentre per $\gamma = 0$ non converge sul bordo.

7. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$. $S(2\pi) = 0$, $S(13\pi) = 6\pi$, $S(\frac{25}{2}\pi) = 6\pi$.

8. $f(t, y) = t\frac{49-y^2}{y}$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R}\setminus\{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 7$ soluzioni stazionarie; soluzioni pari; se $-7 < y_0 < 0$ o $y_0 > 7$ soluzione u decrescente per $t > 0$; se $y_0 < -7$ o $0 < y_0 < 7$ soluzione u crescente per $t > 0$; l'intervallo massimale di esistenza è $\mathbb{R}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione); la soluzione ammette $y = -7$ come asintoto orizzontale se $y_0 < 0$ e $y = 7$ se $y_0 > 0$.
