ANALISI MATEMATICA II- 16 gennaio 2012 - C.d.L.: MECLT, MATLT, AUTLT, EDIQQ.

Il numero del compito è dato dal coefficiente di $\sin 2x$ diviso per 6 nell'esercizio 6.

COMPITO 1

1. f è differenziabile in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$; f è continua in $(0,0)$, non ammette derivate parziali in $(0,0)$, f non è differenziabile in $(0,0)$.
2. $\alpha \neq -1$ per f minimi, per g selle.
3. $\frac{1}{6}[8^{3/2} - 8]$.
4. 8
5. converge puntualmente a $f(x) = 0$ se $-7 < x < 7$, $f(7) = 1/98$, diverge se $x > 7$, oscilla se $x \leq -7$. C'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[-a, a]$ con $0 < a < 7$. Poiché la convergenza è uniforme in $[0, 6]$, $l_1 = 0$, mentre $l_2 = 0$ integrando direttamente.
6. $a_0 = 3$, $a_1 = \frac{6}{\pi}$, $b_1 = \frac{8}{\pi}$, $a_2 = 0$.
7. $t \log\left(1 + \frac{y^2-4}{y^2+9}\right)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ ed è sublineare, quindi esistenza ed unicità in tutto $\mathbb{R}$. Soluzioni stazionarie $u(t) = \pm 2$. La soluzione è pari. Se $|y_0| > 2$ soluzione u crescente in $]0, +\infty[$, decrescente in $]-\infty, 0[$, $t = 0$ punto di minimo assoluto. Se $-2 < y_0 < 2$ soluzione u crescente in $]-\infty, 0[$, decrescente $]0, +\infty[$, $t = 0$ punto di massimo assoluto. Asintoto orizzontale (per $t \to \pm\infty$) $u = -2$ se $y_0 < 2$. Se $y_0 > 2$ $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = +\infty$ e non ci sono asintoti obliqui.
8. $y(x) = 2\left(\log x + \frac{1}{x}\right) + 1$.

COMPITO 2

1. f è differenziabile in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$; f è continua in $(0,0)$, non ammette derivate parziali in $(0,0)$, f non è differenziabile in $(0,0)$.
2. $\alpha \neq -1$ per f minimi, per g selle.
3. $\frac{1}{6}[13^{3/2} - 27]$.
4. 24
5. converge puntualmente a $f(x) = 0$ se $-6 < x < 6$, $f(6) = 1/72$, diverge se $x > 6$, oscilla se $x \leq -6$. C'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[-a, a]$ con $0 < a < 6$. Poiché la convergenza è uniforme in $[0, 5]$, $l_1 = 0$, mentre $l_2 = 0$ integrando direttamente.
6. $a_0 = 5$, $a_1 = \frac{10}{\pi}$, $b_1 = \frac{16}{\pi}$, $a_2 = 0$.
7. $t \log\left(1 + \frac{y^2-9}{y^2+16}\right)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ ed è sublineare, quindi esistenza ed unicità in tutto $\mathbb{R}$. Soluzioni stazionarie $u(t) = \pm 3$. La soluzione è pari. Se $|y_0| > 3$ soluzione u crescente in $]0, +\infty[$, decrescente in $]-\infty, 0[$, $t = 0$ punto di minimo assoluto. Se $-3 < y_0 < 3$ soluzione u crescente in $]-\infty, 0[$, decrescente $]0, +\infty[$, $t = 0$ punto di massimo assoluto. Asintoto orizzontale (per $t \to \pm\infty$) $u = -3$ se $y_0 < 3$. Se $y_0 > 3$ $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = +\infty$ e non ci sono asintoti obliqui.
8. $y(x) = 3\left(\log x + \frac{1}{x}\right) + 1$.

COMPITO 3

1. f è differenziabile in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$; f è continua in $(0,0)$, non ammette derivate parziali in $(0,0)$, f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $\alpha \neq -1$ per f minimi, per g selle.

3. $\frac{1}{6}[20^{3/2} - 64]$.

4. 48

5. converge puntualmente a $f(x) = 0$ se $-5 < x < 5$, $f(5) = 1/50$, diverge se $x > 5$, oscilla se $x \leq -5$. C'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[-a, a]$ con $0 < a < 5$. Poiché la convergenza è uniforme in $[0, 4]$, $l_1 = 0$, mentre $l_2 = 0$ integrando direttamente.

6. $a_0 = 7$, $a_1 = \frac{14}{\pi}$, $b_1 = \frac{24}{\pi}$, $a_2 = 0$.

7. $t \log\left(1 + \frac{y^2-16}{y^2+25}\right)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ ed è sublineare, quindi esistenza ed unicità in tutto $\mathbb{R}$. Soluzioni stazionarie $u(t) = \pm 4$. La soluzione è pari. Se $|y_0| > 4$ soluzione u crescente in $]0, +\infty[$, decrescente in $]-\infty, 0[$, $t = 0$ punto di minimo assoluto. Se $-4 < y_0 < 4$ soluzione u crescente in $]-\infty, 0[$, decrescente $]0, +\infty[$, $t = 0$ punto di massimo assoluto. Asintoto orizzontale (per $t \to \pm\infty$) $u = -4$ se $y_0 < 4$. Se $y_0 > 4$ $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = +\infty$ e non ci sono asintoti obliqui.

8. $y(x) = 4\left(\log x + \frac{1}{x}\right) + 1$.

COMPITO 4

1. f è differenziabile in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$; f è continua in $(0,0)$, non ammette derivate parziali in $(0,0)$, f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $\alpha \neq -1$ per f minimi, per g selle.

3. $\frac{1}{6}[29^{3/2} - 125]$.

4. 80

5. converge puntualmente a $f(x) = 0$ se $-4 < x < 4$, $f(4) = 1/32$, diverge se $x > 4$, oscilla se $x \leq -4$. C'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[-a, a]$ con $0 < a < 4$. Poiché la convergenza è uniforme in $[0, 3]$, $l_1 = 0$, mentre $l_2 = 0$ integrando direttamente.

6. $a_0 = 9$, $a_1 = \frac{18}{\pi}$, $b_1 = \frac{32}{\pi}$, $a_2 = 0$.

7. $t \log\left(1 + \frac{y^2-25}{y^2+36}\right)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ ed è sublineare, quindi esistenza ed unicità in tutto $\mathbb{R}$. Soluzioni stazionarie $u(t) = \pm 5$. La soluzione è pari. Se $|y_0| > 5$ soluzione u crescente in $]0, +\infty[$, decrescente in $]-\infty, 0[$, $t = 0$ punto di minimo assoluto. Se $-5 < y_0 < 5$ soluzione u crescente in $]-\infty, 0[$, decrescente $]0, +\infty[$, $t = 0$ punto di massimo assoluto. Asintoto orizzontale (per $t \to \pm\infty$) $u = -5$ se $y_0 < 5$. Se $y_0 > 5$ $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = +\infty$ e non ci sono asintoti obliqui.

8. $y(x) = 5\left(\log x + \frac{1}{x}\right) + 1$.

COMPITO 5

1. f è differenziabile in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$; f è continua in $(0,0)$, non ammette derivate parziali in $(0,0)$, f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $\alpha \neq -1$ per f minimi, per g selle.

3. $\frac{1}{6}[40^{3/2} - 216]$.

4. 120

5. converge puntualmente a $f(x) = 0$ se $-3 < x < 3$, $f(3) = 1/18$, diverge se $x > 3$, oscilla se $x \leq -3$. C'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[-a, a]$ con $0 < a < 3$. Poiché la convergenza è uniforme in $[0, 2]$, $l_1 = 0$, mentre $l_2 = 0$ integrando direttamente.

6. $a_0 = 11$, $a_1 = \frac{22}{\pi}$, $b_1 = \frac{40}{\pi}$, $a_2 = 0$.

7. $t \log\left(1 + \frac{y^2-36}{y^2+49}\right)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ ed è sublineare, quindi esistenza ed unicità in tutto $\mathbb{R}$. Soluzioni stazionarie $u(t) = \pm 6$. La soluzione è pari. Se $|y_0| > 6$ soluzione u crescente in $]0, +\infty[$, decrescente in $]-\infty, 0[$, $t = 0$ punto di minimo assoluto. Se $-6 < y_0 < 6$ soluzione u crescente in $]-\infty, 0[$, decrescente $]0, +\infty[$, $t = 0$ punto di massimo assoluto. Asintoto orizzontale (per $t \to \pm\infty$) $u = -6$ se $y_0 < 6$. Se $y_0 > 6$ $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = +\infty$ e non ci sono asintoti obliqui.

8. $y(x) = 6\left(\log x + \frac{1}{x}\right) + 1$.

COMPITO 6

1. f è differenziabile in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$; f è continua in $(0,0)$, non ammette derivate parziali in $(0,0)$, f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $\alpha \neq -1$ per f minimi, per g selle.

3. $\frac{1}{6}[53^{3/2} - 343]$.

4. 168

5. converge puntualmente a $f(x) = 0$ se $-2 < x < 2$, $f(2) = 1/8$, diverge se $x > 2$, oscilla se $x \leq -2$. C'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[-a, a]$ con $0 < a < 2$. Poiché la convergenza è uniforme in $[0, 1]$, $l_1 = 0$, mentre $l_2 = 0$ integrando direttamente.

6. $a_0 = 13$, $a_1 = \frac{26}{\pi}$, $b_1 = \frac{48}{\pi}$, $a_2 = 0$.

7. $t \log\left(1 + \frac{y^2-49}{y^2+64}\right)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ ed è sublineare, quindi esistenza ed unicità in tutto $\mathbb{R}$. Soluzioni stazionarie $u(t) = \pm 7$. La soluzione è pari. Se $|y_0| > 7$ soluzione u crescente in $]0, +\infty[$, decrescente in $]-\infty, 0[$, $t = 0$ punto di minimo assoluto. Se $-7 < y_0 < 7$ soluzione u crescente in $]-\infty, 0[$, decrescente $]0, +\infty[$, $t = 0$ punto di massimo assoluto. Asintoto orizzontale (per $t \to \pm\infty$) $u = -7$ se $y_0 < 7$. Se $y_0 > 7$ $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = +\infty$ e non ci sono asintoti obliqui.

8. $y(x) = 7\left(\log x + \frac{1}{x}\right) + 1$.
