ANALISI MATEMATICA II- 25 marzo 2013 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dall'intero sottratto ad α nell'esercizio 1.

COMPITO 1

1. f continua se $\alpha > \frac{3}{2}$; esistono le derivate direzionali se $\alpha > 2$.
2. $m = \frac{7}{4}$ assunto in $(\frac{3}{2}, \frac{1}{4})$, $M = 2$ assunto sul segmento $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \le x \le 2\,,\ y = 2 - x\}$.
3. $\beta = -7$; un potenziale $\varphi(x, y, z) = \frac{x^2}{2} y - x \sin z - 7\frac{e^y}{z}$.
4. 4
5. La serie converge puntualmente in $A = [0, 9[$. Applicando, ad esempio, il teorema di derivazione per serie a $\sum_{n=1}^{+\infty} (n + 1)\, t^n$ si ottiene $\left(\frac{2}{3-\sqrt{x}}\right)^2$ come somma per $x \in A$.
6. $a_0 = 0$, $a_1 = 1 + \frac{8}{\pi^2}$, $b_1 = 0$.
7. $f(t, y) = \frac{\sqrt{y^2+2}}{y}$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; non ci sono soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 0$ soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra per $y_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione) e, se $y_0 > 0$, la soluzione u è concava e tende a $+\infty$ per $t \to +\infty$, mentre se $y_0 < 0$, la soluzione u è convessa e tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$.
8. $\tilde{u}(t) = \sqrt{(t + 2)^2 - 2}$; $\tilde{u}$ definita in $[-2 + \sqrt{2}, +\infty[$, quindi intervallo illimitato a destra; $\lim_{t\to+\infty} \tilde{u}(t) = +\infty$, $y = t + 2$ equazione dell'asintoto obliquo.

COMPITO 2

1. f continua se $\alpha > \frac{5}{2}$; esistono le derivate direzionali se $\alpha > 3$.
2. $m = \frac{11}{4}$ assunto in $(\frac{5}{2}, \frac{1}{4})$, $M = 3$ assunto sul segmento $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \le x \le 3\,,\ y = 3 - x\}$.
3. $\beta = -6$; un potenziale $\varphi(x, y, z) = \frac{x^2}{2} y - x \sin z - 6\frac{e^y}{z}$.
4. 9
5. La serie converge puntualmente in $A = [0, 16[$. Applicando, ad esempio, il teorema di derivazione per serie a $\sum_{n=1}^{+\infty} (n + 1)\, t^n$ si ottiene $\left(\frac{3}{4-\sqrt{x}}\right)^2$ come somma per $x \in A$.
6. $a_0 = 0$, $a_1 = 2 + \frac{16}{\pi^2}$, $b_1 = 0$.
7. $f(t, y) = \frac{\sqrt{y^2+3}}{y}$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; non ci sono soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 0$ soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra per $y_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione) e, se $y_0 > 0$, la soluzione u è concava e tende a $+\infty$ per $t \to +\infty$, mentre se $y_0 < 0$, la soluzione u è convessa e tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$.
8. $\tilde{u}(t) = \sqrt{(t + 3)^2 - 3}$; $\tilde{u}$ definita in $[-3 + \sqrt{3}, +\infty[$, quindi intervallo illimitato a destra; $\lim_{t\to+\infty} \tilde{u}(t) = +\infty$, $y = t + 3$ equazione dell'asintoto obliquo.

COMPITO 3

1. f continua se $\alpha > \frac{7}{2}$; esistono le derivate direzionali se $\alpha > 4$.
2. $m = \frac{15}{4}$ assunto in $(\frac{7}{2}, \frac{1}{4})$, $M = 4$ assunto sul segmento $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 3 \leq x \leq 4\,,\; y = 4 - x\}$.
3. $\beta = -5$; un potenziale $\varphi(x,y,z) = \frac{x^2}{2} y - x \sin z - 5\frac{e^y}{z}$.
4. 16
5. La serie converge puntualmente in $A = [0, 25[$. Applicando, ad esempio, il teorema di derivazione per serie a $\sum_{n=1}^{+\infty} (n+1)\, t^n$ si ottiene $\left(\frac{4}{5-\sqrt{x}}\right)^2$ come somma per $x \in A$.
6. $a_0 = 0$, $a_1 = 3 + \frac{24}{\pi^2}$, $b_1 = 0$.
7. $f(t,y) = \frac{\sqrt{y^2+4}}{y}$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; non ci sono soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 0$ soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra per $y_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione) e, se $y_0 > 0$, la soluzione u è concava e tende a $+\infty$ per $t \to +\infty$, mentre se $y_0 < 0$, la soluzione u è convessa e tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$.
8. $\tilde{u}(t) = \sqrt{(t+4)^2 - 4}$; $\tilde{u}$ definita in $[-4 + \sqrt{4}, +\infty[$, quindi intervallo illimitato a destra; $\lim_{t\to+\infty} \tilde{u}(t) = +\infty$, $y = t + 4$ equazione dell'asintoto obliquo.

COMPITO 4

1. f continua se $\alpha > \frac{9}{2}$; esistono le derivate direzionali se $\alpha > 5$.
2. $m = \frac{19}{4}$ assunto in $(\frac{9}{2}, \frac{1}{4})$, $M = 5$ assunto sul segmento $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x \leq 5\,,\; y = 5 - x\}$.
3. $\beta = -4$; un potenziale $\varphi(x,y,z) = \frac{x^2}{2} y - x \sin z - 4\frac{e^y}{z}$.
4. 25
5. La serie converge puntualmente in $A = [0, 36[$. Applicando, ad esempio, il teorema di derivazione per serie a $\sum_{n=1}^{+\infty} (n+1)\, t^n$ si ottiene $\left(\frac{5}{6-\sqrt{x}}\right)^2$ come somma per $x \in A$.
6. $a_0 = 0$, $a_1 = 4 + \frac{32}{\pi^2}$, $b_1 = 0$.
7. $f(t,y) = \frac{\sqrt{y^2+5}}{y}$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; non ci sono soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 0$ soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra per $y_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione) e, se $y_0 > 0$, la soluzione u è concava e tende a $+\infty$ per $t \to +\infty$, mentre se $y_0 < 0$, la soluzione u è convessa e tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$.
8. $\tilde{u}(t) = \sqrt{(t+5)^2 - 5}$; $\tilde{u}$ definita in $[-5 + \sqrt{5}, +\infty[$, quindi intervallo illimitato a destra; $\lim_{t\to+\infty} \tilde{u}(t) = +\infty$, $y = t + 5$ equazione dell'asintoto obliquo.

COMPITO 5

1. f continua se $\alpha > \frac{11}{2}$; esistono le derivate direzionali se $\alpha > 6$.
2. $m = \frac{23}{4}$ assunto in $(\frac{11}{2}, \frac{1}{4})$, $M = 6$ assunto sul segmento $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 5 \leq x \leq 6\,,\; y = 6 - x\}$.
3. $\beta = -3$; un potenziale $\varphi(x,y,z) = \frac{x^2}{2} y - x \sin z - 3\frac{e^y}{z}$.

4. 36
5. La serie converge puntualmente in $A = [0, 49[$. Applicando, ad esempio, il teorema di derivazione per serie a $\sum_{n=1}^{+\infty}(n+1)\,t^n$ si ottiene $\left(\frac{6}{7-\sqrt{x}}\right)^2$ come somma per $x \in A$.
6. $a_0 = 0$, $a_1 = 5 + \frac{40}{\pi^2}$, $b_1 = 0$.
7. $f(t, y) = \frac{\sqrt{y^2+6}}{y}$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; non ci sono soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 0$ soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra per $y_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione) e, se $y_0 > 0$, la soluzione u è concava e tende a $+\infty$ per $t \to +\infty$, mentre se $y_0 < 0$, la soluzione u è convessa e tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$.
8. $\tilde{u}(t) = \sqrt{(t+6)^2 - 6}$; $\tilde{u}$ definita in $[-6 + \sqrt{6}, +\infty[$, quindi intervallo illimitato a destra; $\lim_{t\to+\infty} \tilde{u}(t) = +\infty$, $y = t + 6$ equazione dell'asintoto obliquo.

COMPITO 6

1. f continua se $\alpha > \frac{13}{2}$; esistono le derivate direzionali se $\alpha > 7$.
2. $m = \frac{27}{4}$ assunto in $(\frac{13}{2}, \frac{1}{4})$, $M = 7$ assunto sul segmento $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 6 \le x \le 7\,,\ y = 7 - x\}$.
3. $\beta = -2$; un potenziale $\varphi(x, y, z) = \frac{x^2}{2} y - x \sin z - 2\frac{e^y}{z}$.
4. 49
5. La serie converge puntualmente in $A = [0, 64[$. Applicando, ad esempio, il teorema di derivazione per serie a $\sum_{n=1}^{+\infty}(n+1)\,t^n$ si ottiene $\left(\frac{7}{8-\sqrt{x}}\right)^2$ come somma per $x \in A$.
6. $a_0 = 0$, $a_1 = 6 + \frac{48}{\pi^2}$, $b_1 = 0$.
7. $f(t, y) = \frac{\sqrt{y^2+7}}{y}$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; non ci sono soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 0$ soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra per $y_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione) e, se $y_0 > 0$, la soluzione u è concava e tende a $+\infty$ per $t \to +\infty$, mentre se $y_0 < 0$, la soluzione u è convessa e tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$.
8. $\tilde{u}(t) = \sqrt{(t+7)^2 - 7}$; $\tilde{u}$ definita in $[-7 + \sqrt{7}, +\infty[$, quindi intervallo illimitato a destra; $\lim_{t\to+\infty} \tilde{u}(t) = +\infty$, $y = t + 7$ equazione dell'asintoto obliquo.
