ANALISI MATEMATICA II- 27 MARZO 2018 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dall'intero aggiunto a xy nella definizione di g dell'esercizio 2.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$, mentre le altre derivate direzionali non esistono. Quindi f non è differenziabile in $(0,0)$.
2. $m = 3$ assunto in $(1,2)$ e $(2,1)$ e $M = 10$ assunto in $(3,3)$.
3. $8(2^{3/2} - 1)$
4. 4π
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = \mathbb{R}$ a f con $f(x) = 1$ se $x > 0$ e $f(x) = 0$ se $x \leq 0$. Converge uniformemente in $]-\infty, 0]$ e in ogni insieme $[a. + \infty[$ (con $a > 0$).
6. Il raggio R è finito, $R = \left(\frac{1}{2}\right)^\beta$. Si ha poi convergenza per $x = \frac{1}{2^\beta}$ (mediante il criterio di Leibniz) per ogni $\beta \geq 0$ e convergenza per $x = -\frac{1}{2^\beta}$ se $\beta > 0$. Per $\beta = 0$ l'intervallo di convergenza della serie è $(-1, 1]$ e la somma è $S(x) = \log(1 + x)$
7. Il campo è conservativo; un potenziale è $\varphi(x, y) = 2xe^y(y - 1) + \sin x$, $I = \varphi(1, 1) - \varphi(1, -1) = 4e^{-1}$
8. $f(t, y) = t^2 \arctan(y^2 - 4)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \pm 2$ soluzioni stazionarie; se $y_0 > 2$ o $y_0 < -2$, soluzione u crescente. $\lim_{t\to-\infty} u(t) = 2$ se $y_0 > -2$, $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$ se $y_0 < -2$; $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ se $y_0 > 2$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -2$ se $y_0 < 2$.

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$, mentre le altre derivate direzionali non esistono. Quindi f non è differenziabile in $(0,0)$.
2. $m = 4$ assunto in $(1,2)$ e $(2,1)$ e $M = 11$ assunto in $(3,3)$.
3. $12(2^{3/2} - 1)$
4. 9π
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = \mathbb{R}$ a f con $f(x) = 1$ se $x > 0$ e $f(x) = 0$ se $x \leq 0$. Converge uniformemente in $]-\infty, 0]$ e in ogni insieme $[a. + \infty[$ (con $a > 0$).
6. Il raggio R è finito, $R = \left(\frac{1}{4}\right)^\beta$. Si ha poi convergenza per $x = \frac{1}{4^\beta}$ (mediante il criterio di Leibniz) per ogni $\beta \geq 0$ e convergenza per $x = -\frac{1}{4^\beta}$ se $\beta > 0$. Per $\beta = 0$ l'intervallo di convergenza della serie è $(-1, 1]$ e la somma è $S(x) = \log(1 + x)$
7. Il campo è conservativo; un potenziale è $\varphi(x, y) = 3xe^y(y - 1) + \sin x$, $I = \varphi(1, 1) - \varphi(1, -1) = 6e^{-1}$
8. $f(t, y) = t^2 \arctan(y^2 - 9)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \pm 3$ soluzioni stazionarie; se $y_0 > 3$ o $y_0 < -3$, soluzione u crescente. $\lim_{t\to-\infty} u(t) = 3$ se $y_0 > -3$, $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$ se $y_0 < -3$; $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ se $y_0 > 3$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -3$ se $y_0 < 3$.

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$, mentre le altre derivate direzionali non esistono. Quindi f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $m = 5$ assunto in $(1,2)$ e $(2,1)$ e $M = 12$ assunto in $(3,3)$.

3. $16(2^{3/2} - 1)$

4. 16π

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = \mathbb{R}$ a f con $f(x) = 1$ se $x > 0$ e $f(x) = 0$ se $x \leq 0$. Converge uniformemente in $]-\infty, 0]$ e in ogni insieme $[a. + \infty[$ (con $a > 0$).

6. Il raggio R è finito, $R = \left(\frac{1}{6}\right)^{\beta}$. Si ha poi convergenza per $x = \frac{1}{6^{\beta}}$ (mediante il criterio di Leibniz) per ogni $\beta \geq 0$ e convergenza per $x = -\frac{1}{6^{\beta}}$ se $\beta > 0$. Per $\beta = 0$ l'intervallo di convergenza della serie è $(-1, 1]$ e la somma è $S(x) = \log(1 + x)$

7. Il campo è conservativo; un potenziale è $\varphi(x, y) = 4xe^{y}(y - 1) + \sin x$, $I = \varphi(1, 1) - \varphi(1, -1) = 8e^{-1}$

8. $f(t, y) = t^2 \arctan(y^2 - 16)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \pm 4$ soluzioni stazionarie; se $y_0 > 4$ o $y_0 < -4$, soluzione u crescente. $\lim_{t \to -\infty} u(t) = 4$ se $y_0 > -4$, $\lim_{t \to -\infty} u(t) = -\infty$ se $y_0 < -4$; $\lim_{t \to +\infty} u(t) = +\infty$ se $y_0 > 4$, $\lim_{t \to +\infty} u(t) = -4$ se $y_0 < 4$.