ANALISI MATEMATICA II- 8 GENNAIO 2018 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dall'intero nell'argomento di log nell'esercizio 6.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste, mentre $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$. f non è differenziabile in $(0,0)$.
2. Per $\alpha \neq 4$, $(0,0)$ è l'unico punto stazionario ed è di sella se $\alpha < 4$, di minimo se $\alpha > 4$; per $\alpha = 4$ ci sono infiniti punti stazionari appartenenti alla retta $y = -2x$ e sono di minimo.
3. $-\frac{3}{16}\pi$
4. $\frac{13}{30}$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I =]0,+\infty[$ a f con $f(x) = \pi/2$ se $0 < x < 2$, $f(x) = \pi/4$ se $x = 2$, $f(x) = 0$ se $x > 2$. Converge uniformemente in ogni insieme $]0,a]$ (con $0 < a < 2$) e $[b,+\infty[$ (con $b > 2$).
6. La serie è a termini non negativi; converge banalmente in $x = 0$. Usando, ad esempio, il criterio del confronto asintotico, si mostra che la serie converge puntualmente per $\beta > 4$. Poiché $\sin^2\left(\frac{x}{\sqrt{\log(n^2+3)}}\right) \leq 1$, per gli stessi valori di β vale la convergenza totale in $[0,+\infty[$.
7. Si ha $\mathrm{dom}\vec{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$, quindi l'uguaglianza delle derivate in croce è una condizione anche sufficiente che porta a dedurre $\alpha = 3$. Per tale valore di α si trova un potenziale $\varphi(x,y) = xe^{3\arctan x}\arctan y - x^2$; si applica il secondo teorema fondamentale del calcolo e l'integrale curvilineo vale $\varphi(1,1) - \varphi(0,0) = \frac{\pi}{4}e^{3\pi/4} - 1$
8. $f(t,y) = t^2(2 + e^{-y^2})$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; le soluzioni sono monotone crescenti; $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = \pm\infty$.

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste, mentre $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$. f non è differenziabile in $(0,0)$.
2. Per $\alpha \neq 9$, $(0,0)$ è l'unico punto stazionario ed è di sella se $\alpha < 9$, di minimo se $\alpha > 9$; per $\alpha = 9$ ci sono infiniti punti stazionari appartenenti alla retta $y = -3x$ e sono di minimo.
3. $-\frac{3}{16}\pi$
4. $\frac{13}{30}$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I =]0,+\infty[$ a f con $f(x) = \pi/2$ se $0 < x < 3$, $f(x) = \pi/4$ se $x = 3$, $f(x) = 0$ se $x > 3$. Converge uniformemente in ogni insieme $]0,a]$ (con $0 < a < 3$) e $[b,+\infty[$ (con $b > 3$).
6. La serie è a termini non negativi; converge banalmente in $x = 0$. Usando, ad esempio, il criterio del confronto asintotico, si mostra che la serie converge puntualmente per $\beta > 5$. Poiché $\sin^2\left(\frac{x}{\sqrt{\log(n^3+4)}}\right) \leq 1$, per gli stessi valori di β vale la convergenza totale in $[0,+\infty[$.
7. Si ha $\mathrm{dom}\vec{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$, quindi l'uguaglianza delle derivate in croce è una condizione anche sufficiente che porta a dedurre $\alpha = 5$. Per tale valore di α si trova un potenziale $\varphi(x,y) = xe^{5\arctan x}\arctan y - x^2$; si applica il secondo teorema fondamentale del calcolo e l'integrale curvilineo vale $\varphi(1,1) - \varphi(0,0) = \frac{\pi}{4}e^{5\pi/4} - 1$

8. $f(t,y) = t^2(3 + e^{-y^2})$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; le soluzioni sono monotone crescenti; $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = \pm\infty$.

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste, mentre $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$. f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. Per $\alpha \neq 16$, $(0,0)$ è l'unico punto stazionario ed è di sella se $\alpha < 16$, di minimo se $\alpha > 16$; per $\alpha = 16$ ci sono infiniti punti stazionari appartenenti alla retta $y = -4x$ e sono di minimo.

3. $-\frac{3}{16}\pi$

4. $\frac{13}{30}$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I =]0,+\infty[$ a f con $f(x) = \pi/2$ se $0 < x < 4$, $f(x) = \pi/4$ se $x = 4$, $f(x) = 0$ se $x > 4$. Converge uniformemente in ogni insieme $]0,a]$ (con $0 < a < 4$) e $[b,+\infty[$ (con $b > 4$).

6. La serie è a termini non negativi; converge banalmente in $x = 0$. Usando, ad esempio, il criterio del confronto asintotico, si mostra che la serie converge puntualmente per $\beta > 6$. Poiché $\sin^2\left(\frac{x}{\sqrt{\log(n^4+5)}}\right) \leq 1$, per gli stessi valori di β vale la convergenza totale in $[0,+\infty[$.

7. Si ha $\mathrm{dom}\vec{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, quindi l'uguaglianza delle derivate in croce è una condizione anche sufficiente che porta a dedurre $\alpha = 7$. Per tale valore di α si trova un potenziale $\varphi(x,y) = xe^{7\arctan x}\arctan y - x^2$; si applica il secondo teorema fondamentale del calcolo e l'integrale curvilineo vale $\varphi(1,1) - \varphi(0,0) = \frac{\pi}{4}e^{7\pi/4} - 1$

8. $f(t,y) = t^2(4 + e^{-y^2})$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; le soluzioni sono monotone crescenti; $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = \pm\infty$.
