ANALISI MATEMATICA II- 28 giugno 2011.

Il numero del compito è dato dal raggio del cerchio dell'esercizio 1.

COMPITO 1

1. Un ottavo di cerchio.

2. $(-18, 6)$ è punto di minimo relativo; $(-\frac{9}{2}, -3)$ è punto di sella.

3. $\frac{2}{3}\left((50)^{3/2} - 1\right)$

4. $\frac{3}{16}$

5. converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0, +\infty[$ a $f(x) = -1$ se $0 \leq x < 1$ $f(1) = -\frac{1}{3}$ $f(x) = 1$ se $x > 1$; c'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[0, b]$ con $0 < b < 1$, $[a, +\infty[$ con $a > 1$.

6. raggio $\frac{1}{7}$ indipendente da α, converge anche in $\frac{6}{7}$ se $\alpha > 1$, in $\frac{8}{7}$ se $\alpha > 0$. Somma $\log(1 + 7(x - 1)) - 7(x - 1)$.

7. $a_0 = 14\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{14}{n}$.

8. $t^3(e^{\sin y} - 1)$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$ e sublineare rispetto ad y, perché limitata, quindi esistenza ed unicità globali; $u(t) \equiv k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Se $0 < y_0 < \pi$ soluzione u crescente per $t > 0$; $\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u crescente per $t < 0$; $y = \pi$ asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$.

COMPITO 2

1. Un ottavo di cerchio.

2. $(-50, 10)$ è punto di minimo relativo; $(-\frac{25}{2}, -5)$ è punto di sella.

3. $\frac{2}{3}\left((37)^{3/2} - 1\right)$

4. $\frac{15}{16}$

5. converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0, +\infty[$ a $f(x) = -1$ se $0 \leq x < 1$ $f(1) = -1/2$ $f(x) = 1$ se $x > 1$; c'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[0, b]$ con $0 < b < 1$, $[a, +\infty[$ con $a > 1$.

6. raggio $\frac{1}{6}$ indipendente da α, converge anche in $\frac{5}{6}$ se $\alpha > 1$, in $\frac{7}{6}$ se $\alpha > 0$. Somma $\log(1 + 6(x - 1)) - 6(x - 1)$.

7. $a_0 = 12\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{12}{n}$.

8. $t^5(e^{\sin y} - 1)$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$ e sublineare rispetto ad y, perché limitata, quindi esistenza ed unicità globali; $u(t) \equiv k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Se $0 < y_0 < \pi$ soluzione u crescente per $t > 0$; $\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u crescente per $t < 0$; $y = \pi$ asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$.

COMPITO 3

1. Un ottavo di cerchio.

2. $(-98, 14)$ è punto di minimo relativo; $(-\frac{49}{2}, -7)$ è punto di sella.

3. $\frac{2}{3}\left((26)^{3/2}-1\right)$

4. $\frac{35}{16}$

5. converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0,+\infty[$ a $f(x)=-1$ se $0\le x<1$ $f(1)=-\frac{3}{5}$ $f(x)=1$ se $x>1$; c'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[0,b]$ con $0<b<1$, $[a,+\infty[$ con $a>1$.

6. raggio $\frac{1}{5}$ indipendente da α, converge anche in $\frac{4}{5}$ se $\alpha>1$, in $\frac{6}{5}$ se $\alpha>0$. Somma $\log(1+5(x-1))-5(x-1)$.

7. $a_0=10\pi$, $a_n=0$ per ogni $n\in\mathbb{Z}^+$, $b_n=(-1)^{n+1}\frac{10}{n}$.

8. $t^7(e^{\sin y}-1)$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ e sublineare rispetto ad y, perché limitata, quindi esistenza ed unicità globali; $u(t)\equiv k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Se $0<y_0<\pi$ soluzione u crescente per $t>0$; $\pi<y_0<2\pi$ soluzione u crescente per $t<0$; $y=\pi$ asintoto orizzontale per $t\to\pm\infty$.

COMPITO 4

1. Un ottavo di cerchio.

2. $(-162,18)$ è punto di minimo relativo; $(-\frac{81}{2},-9)$ è punto di sella.

3. $\frac{2}{3}\left((17)^{3/2}-1\right)$

4. $\frac{63}{16}$

5. converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0,+\infty[$ a $f(x)=-1$ se $0\le x<1$ $f(1)=-2/3$ $f(x)=1$ se $x>1$; c'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[0,b]$ con $0<b<1$, $[a,+\infty[$ con $a>1$.

6. raggio $\frac{1}{4}$ indipendente da α, converge anche in $\frac{3}{4}$ se $\alpha>1$, in $\frac{5}{4}$ se $\alpha>0$. Somma $\log(1+4(x-1))-4(x-1)$.

7. $a_0=8\pi$, $a_n=0$ per ogni $n\in\mathbb{Z}^+$, $b_n=(-1)^{n+1}\frac{8}{n}$.

8. $t^9(e^{\sin y}-1)$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ e sublineare rispetto ad y, perché limitata, quindi esistenza ed unicità globali; $u(t)\equiv k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Se $0<y_0<\pi$ soluzione u crescente per $t>0$; $\pi<y_0<2\pi$ soluzione u crescente per $t<0$; $y=\pi$ asintoto orizzontale per $t\to\pm\infty$.

COMPITO 5

1. Un ottavo di cerchio.

2. $(-242,22)$ è punto di minimo relativo; $(-\frac{121}{2},-11)$ è punto di sella.

3. $\frac{2}{3}\left((10)^{3/2}-1\right)$

4. $\frac{99}{16}$

5. converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0,+\infty[$ a $f(x)=-1$ se $0\le x<1$ $f(1)=-\frac{5}{7}$ $f(x)=1$ se $x>1$; c'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[0,b]$ con $0<b<1$, $[a,+\infty[$ con $a>1$.

6. raggio $\frac{1}{3}$ indipendente da α, converge anche in $\frac{2}{3}$ se $\alpha>1$, in $\frac{4}{3}$ se $\alpha>0$. Somma $\log(1+3(x-1))-3(x-1)$.

7. $a_0 = 6\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{6}{n}$.

8. $t^{11}(e^{\sin y} - 1)$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ e sublineare rispetto ad y, perché limitata, quindi esistenza ed unicità globali; $u(t) \equiv k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Se $0 < y_0 < \pi$ soluzione u crescente per $t > 0$; $\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u crescente per $t < 0$; $y = \pi$ asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$.

COMPITO 6

1. Un ottavo di cerchio.

2. $(-338, 26)$ è punto di minimo relativo; $(-\frac{169}{2}, -13)$ è punto di sella.

3. $\frac{2}{3}\left((5)^{3/2} - 1\right)$

4. $\frac{143}{16}$

5. converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0, +\infty[$ a $f(x) = -1$ se $0 \leq x < 1$ $f(1) = -3/4$ $f(x) = 1$ se $x > 1$; c'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[0, b]$ con $0 < b < 1$, $[a, +\infty[$ con $a > 1$.

6. raggio $\frac{1}{2}$ indipendente da α, converge anche in $\frac{1}{2}$ se $\alpha > 1$, in $\frac{3}{2}$ se $\alpha > 0$. Somma $\log(1 + 2(x - 1)) - 2(x - 1)$.

7. $a_0 = 4\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{4}{n}$.

8. $t^{13}(e^{\sin y} - 1)$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ e sublineare rispetto ad y, perché limitata, quindi esistenza ed unicità globali; $u(t) \equiv k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Se $0 < y_0 < \pi$ soluzione u crescente per $t > 0$; $\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u crescente per $t < 0$; $y = \pi$ asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$.
