
Il numero del compito è dato dall'intero sottratto ad α nell'esercizio 6.

COMPITO 1

1. $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$, f è differenziabile in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4\}$, perché è C^1 in esso. $P = (-1, -1)$.
2. Punti stazionari: C=$\{(x, y) \in B : \frac{x^2}{49} + y^2 = 1\}$. $(0, 1)$ è un punto di sella, $C \setminus \{(0, 1)\}$ sono punti di massimo.
3. 0.
4. si applica il teorema della divergenza, div$\vec{F} = 4x^2 + 2$ si ottiene 21π.
5. Si ha convergenza puntuale in tutto $\mathbb{R}$ alla funzione $f(x) = 0$ se $x < 6$, $f(6) = \frac{1}{7}$, $f(x) = 1$ se $x > 6$. La convergenza è uniforme su ogni intervallo del tipo $[a, +\infty[$, con $a > 6$ e $]-\infty, b]$ con $b < 6$.
6. Raggio ∞ se $\alpha > 1$; raggio 0 se $\alpha < 1$; raggio 2 se $\alpha = 1$, sul bordo converge in $x = 2$. Nel caso $\alpha = 2$ la somma è $2(1 - e^{-x/2})$.
7. $a_0 = 14 + \frac{\pi}{2}$, $a_n = \frac{(-1)^n - 1}{n^2\pi}$, $b_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ per $n \in \mathbb{Z}^+$.
8. $\frac{(y-2)^2}{t^2+1}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare rispetto ad y, quindi esistenza ed unicità locali. Soluzione stazionaria $u(t) = 2$. Se $y_0 \neq 2$ soluzione u crescente. $u = l_1$ con $2 \leq l_1 < y_0$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$ se $y_0 > 2$ (e l'intervallo massimale è illimitato a sinistra), $u = l_2$ con $y_0 < l_2 \leq 2$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$ se $y_0 < 2$ (e l'intervallo massimale è illimitato a destra).

COMPITO 2

1. $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 16\}$, f è differenziabile in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 16\}$, perché è C^1 in esso. $P = (-2, -2)$.
2. Punti stazionari: C=$\{(x, y) \in B : \frac{x^2}{36} + y^2 = 1\}$. $(0, 1)$ è un punto di sella, $C \setminus \{(0, 1)\}$ sono punti di massimo.
3. 0.
4. si applica il teorema della divergenza, div$\vec{F} = 4x^2 + 2$ si ottiene 18π.
5. Si ha convergenza puntuale in tutto $\mathbb{R}$ alla funzione $f(x) = 0$ se $x < 5$, $f(5) = \frac{1}{6}$, $f(x) = 1$ se $x > 5$. La convergenza è uniforme su ogni intervallo del tipo $[a, +\infty[$, con $a > 5$ e $]-\infty, b]$ con $b < 5$.
6. Raggio ∞ se $\alpha > 2$; raggio 0 se $\alpha < 2$; raggio 3 se $\alpha = 2$, sul bordo converge in $x = 3$. Nel caso $\alpha = 3$ la somma è $3(1 - e^{-x/3})$.
7. $a_0 = 12 + \frac{\pi}{2}$, $a_n = \frac{(-1)^n - 1}{n^2\pi}$, $b_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ per $n \in \mathbb{Z}^+$.
8. $\frac{(y-3)^2}{t^2+1}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare rispetto ad y, quindi esistenza ed unicità locali. Soluzione stazionaria $u(t) = 3$. Se $y_0 \neq 3$ soluzione u crescente. $u = l_1$ con $3 \leq l_1 < y_0$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$ se $y_0 > 3$ (e l'intervallo massimale è illimitato a sinistra), $u = l_2$ con $y_0 < l_2 \leq 3$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$ se $y_0 < 3$ (e l'intervallo massimale è illimitato a destra).

COMPITO 3

1. $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 36\}$, f è differenziabile in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 36\}$, perché è C^1 in esso. $P = (-3, -3)$.

2. Punti stazionari: C=$\{(x, y) \in B : \frac{x^2}{25} + y^2 = 1\}$. $(0, 1)$ è un punto di sella, $C \setminus \{(0, 1)\}$ sono punti di massimo.

3. 0.

4. si applica il teorema della divergenza, div$\vec{F} = 4x^2 + 2$ si ottiene 15π.

5. Si ha convergenza puntuale in tutto $\mathbb{R}$ alla funzione $f(x) = 0$ se $x < 4$, $f(4) = \frac{1}{5}$, $f(x) = 1$ se $x > 4$. La convergenza è uniforme su ogni intervallo del tipo $[a, +\infty[$, con $a > 4$ e $]-\infty, b]$ con $b < 4$.

6. Raggio ∞ se $\alpha > 3$; raggio 0 se $\alpha < 3$; raggio 4 se $\alpha = 3$, sul bordo converge in $x = 4$. Nel caso $\alpha = 4$ la somma è $4(1 - e^{-x/4})$.

7. $a_0 = 10 + \frac{\pi}{2}$, $a_n = \frac{(-1)^n - 1}{n^2\pi}$, $b_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ per $n \in \mathbb{Z}^+$.

8. $\frac{(y-4)^2}{t^2+1}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare rispetto ad y, quindi esistenza ed unicità locali. Soluzione stazionaria $u(t) = 4$. Se $y_0 \neq 4$ soluzione u crescente. $u = l_1$ con $4 \leq l_1 < y_0$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$ se $y_0 > 4$ (e l'intervallo massimale è illimitato a sinistra), $u = l_2$ con $y_0 < l_2 \leq 4$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$ se $y_0 < 4$ (e l'intervallo massimale è illimitato a destra).

COMPITO 4

1. $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 64\}$, f è differenziabile in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 64\}$, perché è C^1 in esso. $P = (-4, -4)$.

2. Punti stazionari: C=$\{(x, y) \in B : \frac{x^2}{16} + y^2 = 1\}$. $(0, 1)$ è un punto di sella, $C \setminus \{(0, 1)\}$ sono punti di massimo.

3. 0.

4. si applica il teorema della divergenza, div$\vec{F} = 4x^2 + 2$ si ottiene 12π.

5. Si ha convergenza puntuale in tutto $\mathbb{R}$ alla funzione $f(x) = 0$ se $x < 3$, $f(3) = \frac{1}{4}$, $f(x) = 1$ se $x > 3$. La convergenza è uniforme su ogni intervallo del tipo $[a, +\infty[$, con $a > 3$ e $]-\infty, b]$ con $b < 3$.

6. Raggio ∞ se $\alpha > 4$; raggio 0 se $\alpha < 4$; raggio 5 se $\alpha = 4$, sul bordo converge in $x = 5$. Nel caso $\alpha = 5$ la somma è $5(1 - e^{-x/5})$.

7. $a_0 = 8 + \frac{\pi}{2}$, $a_n = \frac{(-1)^n - 1}{n^2\pi}$, $b_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ per $n \in \mathbb{Z}^+$.

8. $\frac{(y-5)^2}{t^2+1}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare rispetto ad y, quindi esistenza ed unicità locali. Soluzione stazionaria $u(t) = 5$. Se $y_0 \neq 5$ soluzione u crescente. $u = l_1$ con $5 \leq l_1 < y_0$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$ se $y_0 > 5$ (e l'intervallo massimale è illimitato a sinistra), $u = l_2$ con $y_0 < l_2 \leq 5$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$ se $y_0 < 5$ (e l'intervallo massimale è illimitato a destra).

COMPITO 5

1. $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 100\}$, f è differenziabile in $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 100\}$, perché è C^1 in esso. $P = (-5,-5)$.
2. Punti stazionari: C=$\{(x,y) \in B : \frac{x^2}{9} + y^2 = 1\}$. $(0,1)$ è un punto di sella, $C \setminus \{(0,1)\}$ sono punti di massimo.
3. 0.
4. si applica il teorema della divergenza, div$\vec{F} = 4x^2 + 2$ si ottiene 9π.
5. Si ha convergenza puntuale in tutto $\mathbb{R}$ alla funzione $f(x) = 0$ se $x < 2$, $f(2) = \frac{1}{3}$, $f(x) = 1$ se $x > 2$. La convergenza è uniforme su ogni intervallo del tipo $[a, +\infty[$, con $a > 2$ e $]-\infty, b]$ con $b < 2$.
6. Raggio ∞ se $\alpha > 5$; raggio 0 se $\alpha < 5$; raggio 6 se $\alpha = 5$, sul bordo converge in $x = 6$. Nel caso $\alpha = 6$ la somma è $6(1 - e^{-x/6})$.
7. $a_0 = 6 + \frac{\pi}{2}$, $a_n = \frac{(-1)^n - 1}{n^2\pi}$, $b_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ per $n \in \mathbb{Z}^+$.
8. $\frac{(y-6)^2}{t^2+1}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare rispetto ad y, quindi esistenza ed unicità locali. Soluzione stazionaria $u(t) = 6$. Se $y_0 \neq 6$ soluzione u crescente. $u = l_1$ con $6 \leq l_1 < y_0$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$ se $y_0 > 6$ (e l'intervallo massimale è illimitato a sinistra), $u = l_2$ con $y_0 < l_2 \leq 6$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$ se $y_0 < 6$ (e l'intervallo massimale è illimitato a destra).

COMPITO 6

1. $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 144\}$, f è differenziabile in $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 144\}$, perché è C^1 in esso. $P = (-6,-6)$.
2. Punti stazionari: C=$\{(x,y) \in B : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1\}$. $(0,1)$ è un punto di sella, $C \setminus \{(0,1)\}$ sono punti di massimo.
3. 0.
4. si applica il teorema della divergenza, div$\vec{F} = 4x^2 + 2$ si ottiene 6π.
5. Si ha convergenza puntuale in tutto $\mathbb{R}$ alla funzione $f(x) = 0$ se $x < 1$, $f(1) = \frac{1}{2}$, $f(x) = 1$ se $x > 1$. La convergenza è uniforme su ogni intervallo del tipo $[a, +\infty[$, con $a > 1$ e $]-\infty, b]$ con $b < 1$.
6. Raggio ∞ se $\alpha > 6$; raggio 0 se $\alpha < 6$; raggio 7 se $\alpha = 6$, sul bordo converge in $x = 7$. Nel caso $\alpha = 7$ la somma è $7(1 - e^{-x/7})$.
7. $a_0 = 4 + \frac{\pi}{2}$, $a_n = \frac{(-1)^n - 1}{n^2\pi}$, $b_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ per $n \in \mathbb{Z}^+$.
8. $\frac{(y-7)^2}{t^2+1}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare rispetto ad y, quindi esistenza ed unicità locali. Soluzione stazionaria $u(t) = 7$. Se $y_0 \neq 7$ soluzione u crescente. $u = l_1$ con $7 \leq l_1 < y_0$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$ se $y_0 > 7$ (e l'intervallo massimale è illimitato a sinistra), $u = l_2$ con $y_0 < l_2 \leq 7$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$ se $y_0 < 7$ (e l'intervallo massimale è illimitato a destra).
