Il numero del compito è dato dal coefficiente di $\cos x$ (diminuito di 1) nell'esercizio 6.

COMPITO 1

1. $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \geq 7|y|\}$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ non esiste (limiti destro e sinistro diversi) e questo basta per negare la differenziabilità; in aggiunta il punto $(0, 0)$ non è un punto interno...., quindi non può essere differenziabile.

2. $m = -\frac{1}{2e}$ assunto su $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = \frac{1}{\sqrt{e}}, 0 \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{e}}\}$ e $M = 4 \log 2$ assunto su $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 2, 0 \leq x \leq 2\}$

3. $\beta = 7$.

4. -2

5. Si ha convergenza puntuale in $I = [0, 7]$ alla funzione $f(x) = 0$; la convergenza è anche uniforme, poiché $\sup_{x\in I} |f_n(x) - f(x)| = f_n(\frac{7n}{1+n}) = \frac{7}{1+n}(1 + \frac{1}{n})^{-n}$ che è infinitesimo per $n \to +\infty$.

6. $3b_2 = \frac{2}{\pi}$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. $S(2\pi) = 2$, $S(3\pi) = -2$

7. $2t(e^{2y} - 1)e^{-2y}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare rispetto ad y, quindi esistenza ed unicità locali. Soluzione stazionaria $u(t) = 0$. La soluzione è pari. Se $y_0 > 0$ soluzione u crescente in $]0, +\infty[$, decrescente in $] - \infty, 0[$, $t = 0$ punto di minimo assoluto. Se $y_0 < 0$ soluzione u crescente in $]-\infty, 0[$, decrescente $]0, +\infty[$, $t = 0$ punto di massimo assoluto. Non ci sono asintoti orizzontali. L'intervallo massimale della soluzione u è tutto $\mathbb{R}$ se $y_0 > 0$, in quanto $|1-e^{-2u}|$ rimane limitato per il comportamento dell'esponenziale ($e^{-2u} \leq e^{-2y_0}$). Questo non può essere affermato per $y_0 < 0$.

8. La soluzione del problema è $u(t) = \frac{1}{2}\log(1 - \frac{1}{2}e^{2t^2})$ definita in $] - \bar{t}, \bar{t}[$, dove $\bar{t} = \sqrt{\frac{\log 2}{2}}$ (annulla l'argomento del logaritmo....) quindi l'intervallo massimale è limitato e $t = \pm\bar{t}$ sono asintoti verticali. Notare che per $y < 0$ il secondo membro non era sublineare.

COMPITO 2

1. $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \geq 6|y|\}$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ non esiste (limiti destro e sinistro diversi) e questo basta per negare la differenziabilità; in aggiunta il punto $(0, 0)$ non è un punto interno...., quindi non può essere differenziabile.

2. $m = -\frac{1}{2e}$ assunto su $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = \frac{1}{\sqrt{e}}, 0 \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{e}}\}$ e $M = 9 \log 3$ assunto su $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 3, 0 \leq x \leq 3\}$

3. $\beta = 6$.

4. -4

5. Si ha convergenza puntuale in $I = [0, 6]$ alla funzione $f(x) = 0$; la convergenza è anche uniforme, poiché $\sup_{x\in I} |f_n(x) - f(x)| = f_n(\frac{6n}{1+n}) = \frac{6}{1+n}(1 + \frac{1}{n})^{-n}$ che è infinitesimo per $n \to +\infty$.

6. $3b_2 = \frac{3}{\pi}$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. $S(2\pi) = 3$, $S(5\pi) = -3$

7. $2t(e^{3y}-1)e^{-3y}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare rispetto ad y, quindi esistenza ed unicità locali. Soluzione stazionaria $u(t)=0$. La soluzione è pari. Se $y_0>0$ soluzione u crescente in $]0,+\infty[$, decrescente in $]-\infty,0[$, $t=0$ punto di minimo assoluto. Se $y_0<0$ soluzione u crescente in $]-\infty,0[$, decrescente $]0,+\infty[$, $t=0$ punto di massimo assoluto. Non ci sono asintoti orizzontali. L'intervallo massimale della soluzione u è tutto $\mathbb{R}$ se $y_0>0$, in quanto $|1-e^{-3u}|$ rimane limitato per il comportamento dell'esponenziale ($e^{-3u}\le e^{-3y_0}$). Questo non può essere affermato per $y_0<0$.

8. La soluzione del problema è $u(t)=\frac{1}{3}\log(1-\frac{1}{2}e^{3t^2})$ definita in $]-\bar t,\bar t[$, dove $\bar t=\sqrt{\frac{\log 2}{3}}$ (annulla l'argomento del logaritmo....) quindi l'intervallo massimale è limitato e $t=\pm\bar t$ sono asintoti verticali. Notare che per $y<0$ il secondo membro non era sublineare.

COMPITO 3

1. $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:|x|\ge 5|y|\}$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste (limiti destro e sinistro diversi) e questo basta per negare la differenziabilità; in aggiunta il punto $(0,0)$ non è un punto interno...., quindi non può essere differenziabile.

2. $m=-\frac{1}{2e}$ assunto su $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: x+y=\frac{1}{\sqrt{e}}, 0\le x\le\frac{1}{\sqrt{e}}\}$ e $M=16\log 4$ assunto su $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: x+y=4, 0\le x\le 4\}$

3. $\beta=5$.

4. -6

5. Si ha convergenza puntuale in $I=[0,5]$ alla funzione $f(x)=0$; la convergenza è anche uniforme, poiché $\sup_{x\in I}|f_n(x)-f(x)|=f_n(\frac{5n}{1+n})=\frac{5}{1+n}(1+\frac{1}{n})^{-n}$ che è infinitesimo per $n\to+\infty$.

6. $3b_2=\frac{4}{\pi}$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. $S(2\pi)=4$, $S(7\pi)=-4$

7. $2t(e^{4y}-1)e^{-4y}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare rispetto ad y, quindi esistenza ed unicità locali. Soluzione stazionaria $u(t)=0$. La soluzione è pari. Se $y_0>0$ soluzione u crescente in $]0,+\infty[$, decrescente in $]-\infty,0[$, $t=0$ punto di minimo assoluto. Se $y_0<0$ soluzione u crescente in $]-\infty,0[$, decrescente $]0,+\infty[$, $t=0$ punto di massimo assoluto. Non ci sono asintoti orizzontali. L'intervallo massimale della soluzione u è tutto $\mathbb{R}$ se $y_0>0$, in quanto $|1-e^{-4u}|$ rimane limitato per il comportamento dell'esponenziale ($e^{-4u}\le e^{-4y_0}$). Questo non può essere affermato per $y_0<0$.

8. La soluzione del problema è $u(t)=\frac{1}{4}\log(1-\frac{1}{2}e^{4t^2})$ definita in $]-\bar t,\bar t[$, dove $\bar t=\sqrt{\frac{\log 2}{4}}$ (annulla l'argomento del logaritmo....) quindi l'intervallo massimale è limitato e $t=\pm\bar t$ sono asintoti verticali. Notare che per $y<0$ il secondo membro non era sublineare.

COMPITO 4

1. $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:|x|\ge 4|y|\}$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste (limiti destro e sinistro diversi) e questo basta per negare la differenziabilità; in aggiunta il punto $(0,0)$ non è un punto interno...., quindi non può essere differenziabile.

2. $m=-\frac{1}{2e}$ assunto su $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: x+y=\frac{1}{\sqrt{e}}, 0\le x\le\frac{1}{\sqrt{e}}\}$ e $M=25\log 5$ assunto su $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: x+y=5, 0\le x\le 5\}$

3. $\beta=4$.

4. -8

5. Si ha convergenza puntuale in $I = [0,4]$ alla funzione $f(x) = 0$; la convergenza è anche uniforme, poiché $\sup_{x\in I} |f_n(x) - f(x)| = f_n(\frac{4n}{1+n}) = \frac{4}{1+n}(1+\frac{1}{n})^{-n}$ che è infinitesimo per $n \to +\infty$.

6. $3b_2 = \frac{5}{\pi}$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. $S(2\pi) = 5$, $S(9\pi) = -5$

7. $2t(e^{5y} - 1)e^{-5y}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare rispetto ad y, quindi esistenza ed unicità locali. Soluzione stazionaria $u(t) = 0$. La soluzione è pari. Se $y_0 > 0$ soluzione u crescente in $]0,+\infty[$, decrescente in $]-\infty, 0[$, $t = 0$ punto di minimo assoluto. Se $y_0 < 0$ soluzione u crescente in $]-\infty, 0[$, decrescente $]0,+\infty[$, $t = 0$ punto di massimo assoluto. Non ci sono asintoti orizzontali. L'intervallo massimale della soluzione u è tutto $\mathbb{R}$ se $y_0 > 0$, in quanto $|1-e^{-5u}|$ rimane limitato per il comportamento dell'esponenziale ($e^{-5u} \leq e^{-5y_0}$). Questo non può essere affermato per $y_0 < 0$.

8. La soluzione del problema è $u(t) = \frac{1}{5}\log(1 - \frac{1}{2}e^{5t^2})$ definita in $]-\bar{t}, \bar{t}[$, dove $\bar{t} = \sqrt{\frac{\log 2}{5}}$ (annulla l'argomento del logaritmo....) quindi l'intervallo massimale è limitato e $t = \pm\bar{t}$ sono asintoti verticali. Notare che per $y < 0$ il secondo membro non era sublineare.

COMPITO 5

1. $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \geq 3|y|\}$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste (limiti destro e sinistro diversi) e questo basta per negare la differenziabilità; in aggiunta il punto $(0,0)$ non è un punto interno...., quindi non può essere differenziabile.

2. $m = -\frac{1}{2e}$ assunto su $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = \frac{1}{\sqrt{e}}, 0 \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{e}}\}$ e $M = 36\log 6$ assunto su $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 6, 0 \leq x \leq 6\}$

3. $\beta = 3$.

4. -10

5. Si ha convergenza puntuale in $I = [0,3]$ alla funzione $f(x) = 0$; la convergenza è anche uniforme, poiché $\sup_{x\in I} |f_n(x) - f(x)| = f_n(\frac{3n}{1+n}) = \frac{3}{1+n}(1+\frac{1}{n})^{-n}$ che è infinitesimo per $n \to +\infty$.

6. $3b_2 = \frac{6}{\pi}$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. $S(2\pi) = 6$, $S(11\pi) = -6$

7. $2t(e^{6y} - 1)e^{-6y}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare rispetto ad y, quindi esistenza ed unicità locali. Soluzione stazionaria $u(t) = 0$. La soluzione è pari. Se $y_0 > 0$ soluzione u crescente in $]0,+\infty[$, decrescente in $]-\infty, 0[$, $t = 0$ punto di minimo assoluto. Se $y_0 < 0$ soluzione u crescente in $]-\infty, 0[$, decrescente $]0,+\infty[$, $t = 0$ punto di massimo assoluto. Non ci sono asintoti orizzontali. L'intervallo massimale della soluzione u è tutto $\mathbb{R}$ se $y_0 > 0$, in quanto $|1-e^{-6u}|$ rimane limitato per il comportamento dell'esponenziale ($e^{-6u} \leq e^{-6y_0}$). Questo non può essere affermato per $y_0 < 0$.

8. La soluzione del problema è $u(t) = \frac{1}{6}\log(1 - \frac{1}{2}e^{6t^2})$ definita in $]-\bar{t}, \bar{t}[$, dove $\bar{t} = \sqrt{\frac{\log 2}{6}}$ (annulla l'argomento del logaritmo....) quindi l'intervallo massimale è limitato e $t = \pm\bar{t}$ sono asintoti verticali. Notare che per $y < 0$ il secondo membro non era sublineare.

COMPITO 6

1. $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \geq 2|y|\}$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste (limiti destro e sinistro diversi) e questo basta per negare la differenziabilità; in aggiunta il punto $(0,0)$ non è un punto interno...., quindi non può essere differenziabile.

2. $m = -\frac{1}{2e}$ assunto su $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x+y = \frac{1}{\sqrt{e}}, 0 \le x \le \frac{1}{\sqrt{e}}\}$ e $M = 49\log 7$ assunto su $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x+y = 7, 0 \le x \le 7\}$

3. $\beta = 2$.

4. -12

5. Si ha convergenza puntuale in $I = [0,2]$ alla funzione $f(x) = 0$; la convergenza è anche uniforme, poiché $\sup_{x\in I} |f_n(x) - f(x)| = f_n(\frac{2n}{1+n}) = \frac{2}{1+n}(1+\frac{1}{n})^{-n}$ che è infinitesimo per $n \to +\infty$.

6. $3b_2 = \frac{7}{\pi}$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. $S(2\pi) = 7$, $S(13\pi) = -7$

7. $2t(e^{7y}-1)e^{-7y}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare rispetto ad y, quindi esistenza ed unicità locali. Soluzione stazionaria $u(t) = 0$. La soluzione è pari. Se $y_0 > 0$ soluzione u crescente in $]0,+\infty[$, decrescente in $]-\infty, 0[$, $t = 0$ punto di minimo assoluto. Se $y_0 < 0$ soluzione u crescente in $]-\infty,0[$, decrescente $]0,+\infty[$, $t = 0$ punto di massimo assoluto. Non ci sono asintoti orizzontali. L'intervallo massimale della soluzione u è tutto $\mathbb{R}$ se $y_0 > 0$, in quanto $|1-e^{-7u}|$ rimane limitato per il comportamento dell'esponenziale ($e^{-7u} \le e^{-7y_0}$). Questo non può essere affermato per $y_0 < 0$.

8. La soluzione del problema è $u(t) = \frac{1}{7}\log(1-\frac{1}{2}e^{7t^2})$ definita in $]-\bar{t},\bar{t}[$, dove $\bar{t} = \sqrt{\frac{\log 2}{7}}$ (annulla l'argomento del logaritmo....) quindi l'intervallo massimale è limitato e $t = \pm\bar{t}$ sono asintoti verticali. Notare che per $y < 0$ il secondo membro non era sublineare.
