ANALISI MATEMATICA II- 30 GENNAIO 2015 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dall'intero precedente a quello sommato a x nell'esercizio 1.

COMPITO 1

1. $\vec{v}=(v_1,v_2)$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)=2\frac{v_1^2}{v_2}$ con $v_2\neq 0$, (ma $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=0$); $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)\neq \nabla f(0,0)\cdot\vec{v}$ e quindi f non è differenziabile in $(0,0)$. f non è continua in $(0,0)$, basta prendere la restrizione $y=x^2$, $f(x,x^2)=x+2$ che non tende a $f(0,0)=0$.

2. Se $\alpha\neq\frac{1}{6}$, $(0,0)$ è l'unico punto stazionario, di minimo relativo se $\alpha>\frac{1}{6}$, di sella se $\alpha<\frac{1}{6}$. Se $\alpha=\frac{1}{6}$, i punti stazionari sono quelli del tipo $(-\frac{y}{3},y)$ e sono di minimo assoluto.

3. $\overrightarrow{F}$ è un gradiente, un potenziale $\varphi(x,y)=e^x\sin y+7xy-y^2$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F}\cdot d\Gamma=\varphi(0,2)-\varphi(1,0)=\sin 2-4$

4. $\frac{\pi}{6}\left(9^{\frac{3}{2}}-1\right)$.

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I=\mathbb{R}$ a f con $f(0)=0$ e $f(x)=\frac{1}{x}$ per $x\neq 0$; converge uniformemente in ogni insieme $]-\infty,-a]\cup[a,+\infty[$ con $a>0$.

6. $a_0=\frac{\pi}{4}$, $a_{2k+1}=-\frac{1}{\pi}\frac{1}{(2k+1)^2}$, $k\in\mathbb{N}$; $a_{2k}=0$ $k\in\mathbb{Z}^+$; $b_n=0$, $\forall n\in\mathbb{Z}^+$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. Poiché $S(0)=f(0)=0$, $\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{1}{(2k+1)^2}=\frac{\pi^2}{8}$.

7. Con la sostituzione $7^{7-x}=t$ la serie data può essere studiata come serie di potenze nella variabile t (il raggio è sempre 1, cambia il comportamento sul bordo). Risulta convergente assolutamente in $]7.+\infty[$ per ogni $\beta\in\mathbb{R}$; converge semplicemente in $x=7$ se $0<\beta\leq 1$; converge anche assolutamente in $x=7$ se $\beta>1$. La somma è $\log(1+7^{7-x})$.

8. $f(t,y)=(1-2\sin y)^3$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u=\frac{\pi}{6}$ e $u=\frac{5}{6}\pi$ soluzioni stazionarie; se $0\leq y_0<\frac{\pi}{6}$ o $\frac{5}{6}\pi<y_0<2\pi$ soluzione u crescente; se $\frac{\pi}{6}<y_0<\frac{5}{6}\pi$ soluzione u decrescente. Se $0\leq y_0<\frac{\pi}{6}$ la soluzione u è concava; se $\frac{\pi}{6}<y_0<\frac{5}{6}\pi$ la soluzione u è concava per $t<t_1$ (con $u(t_1)=\frac{\pi}{2}$), convessa per $t>t_1$. Se $\frac{5}{6}\pi<y_0<2\pi$ la soluzione u è convessa per $t<t_2$ (con $u(t_2)=\frac{3}{2}\pi$), concava per $t>t_2$. Per $0\leq y_0<\frac{\pi}{6}$ e per $\frac{\pi}{6}<y_0<\frac{5}{6}\pi$, $u=\frac{\pi}{6}$ è asintoto orizzontale per $t\to+\infty$; per $\frac{\pi}{6}<y_0<\frac{5}{6}\pi$ e per $\frac{5}{6}\pi<y_0<2\pi$, $u=\frac{5}{6}\pi$ è asintoto orizzontale per $t\to-\infty$.

COMPITO 2

1. $\vec{v}=(v_1,v_2)$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)=3\frac{v_1^2}{v_2}$ con $v_2\neq 0$, (ma $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=0$); $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)\neq \nabla f(0,0)\cdot\vec{v}$ e quindi f non è differenziabile in $(0,0)$. f non è continua in $(0,0)$, basta prendere la restrizione $y=x^2$, $f(x,x^2)=x+3$ che non tende a $f(0,0)=0$.

2. Se $\alpha\neq\frac{1}{10}$, $(0,0)$ è l'unico punto stazionario, di minimo relativo se $\alpha>\frac{1}{10}$, di sella se $\alpha<\frac{1}{10}$. Se $\alpha=\frac{1}{10}$, i punti stazionari sono quelli del tipo $(-\frac{y}{5},y)$ e sono di minimo assoluto.

3. $\overrightarrow{F}$ è un gradiente, un potenziale $\varphi(x,y)=e^x\sin y+6xy-y^2$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F}\cdot d\Gamma=\varphi(0,3)-\varphi(1,0)=\sin 3-9$

4. $\frac{\pi}{6}\left(13^{\frac{3}{2}}-1\right)$.

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I=\mathbb{R}$ a f con $f(0)=0$ e $f(x)=\frac{1}{x}$ per $x\neq 0$; converge uniformemente in ogni insieme $]-\infty,-a]\cup[a,+\infty[$ con $a>0$.

6. $a_0 = \frac{\pi}{8}$, $a_{2k+1} = -\frac{1}{2\pi}\frac{1}{(2k+1)^2}$, $k \in \mathbb{N}$; $a_{2k} = 0$ $k \in \mathbb{Z}^+$; $b_n = 0, \forall n \in \mathbb{Z}^+$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. Poiché $S(0) = f(0) = 0$, $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

7. Con la sostituzione $6^{6-x} = t$ la serie data può essere studiata come serie di potenze nella variabile t (il raggio è sempre 1, cambia il comportamento sul bordo). Risulta convergente assolutamente in $]6. + \infty[$ per ogni $\beta \in \mathbb{R}$; converge semplicemente in $x = 6$ se $0 < \beta \leq 1$; converge anche assolutamente in $x = 6$ se $\beta > 1$. La somma è $\log(1 + 6^{6-x})$.

8. $f(t, y) = (1-2\sin y)^5$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \frac{\pi}{6}$ e $u = \frac{5}{6}\pi$ soluzioni stazionarie; se $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ o $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u crescente; se $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ soluzione u decrescente. Se $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ la soluzione u è concava; se $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ la soluzione u è concava per $t < t_1$ (con $u(t_1) = \frac{\pi}{2}$), convessa per $t > t_1$. Se $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$ la soluzione u è convessa per $t < t_2$ (con $u(t_2) = \frac{3}{2}\pi$), concava per $t > t_2$. Per $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ e per $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$, $u = \frac{\pi}{6}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; per $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ e per $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$, $u = \frac{5}{6}\pi$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 3

1. $\vec{v} = (v_1, v_2)$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 4\frac{v_1^2}{v_2}$ con $v_2 \neq 0$, (ma $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$); $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) \neq \nabla f(0,0) \cdot \vec{v}$ e quindi f non è differenziabile in $(0,0)$. f non è continua in $(0,0)$, basta prendere la restrizione $y = x^2$, $f(x, x^2) = x + 4$ che non tende a $f(0,0) = 0$.

2. Se $\alpha \neq \frac{1}{14}$, $(0,0)$ è l'unico punto stazionario, di minimo relativo se $\alpha > \frac{1}{14}$, di sella se $\alpha < \frac{1}{14}$. Se $\alpha = \frac{1}{14}$, i punti stazionari sono quelli del tipo $(-\frac{y}{7}, y)$ e sono di minimo assoluto.

3. $\overrightarrow{F}$ è un gradiente, un potenziale $\varphi(x,y) = e^x \sin y + 5xy - y^2$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(0,4) - \varphi(1,0) = \sin 4 - 16$

4. $\frac{\pi}{6}\left(17^{\frac{3}{2}} - 1\right)$.

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = \mathbb{R}$ a f con $f(0) = 0$ e $f(x) = \frac{1}{x}$ per $x \neq 0$; converge uniformemente in ogni insieme $]-\infty, -a] \cup [a, +\infty[$ con $a > 0$.

6. $a_0 = \frac{\pi}{12}$, $a_{2k+1} = -\frac{1}{3\pi}\frac{1}{(2k+1)^2}$, $k \in \mathbb{N}$; $a_{2k} = 0$ $k \in \mathbb{Z}^+$; $b_n = 0$, $\forall n \in \mathbb{Z}^+$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. Poiché $S(0) = f(0) = 0$, $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

7. Con la sostituzione $5^{5-x} = t$ la serie data può essere studiata come serie di potenze nella variabile t (il raggio è sempre 1, cambia il comportamento sul bordo). Risulta convergente assolutamente in $]5. + \infty[$ per ogni $\beta \in \mathbb{R}$; converge semplicemente in $x = 5$ se $0 < \beta \leq 1$; converge anche assolutamente in $x = 5$ se $\beta > 1$. La somma è $\log(1 + 5^{5-x})$.

8. $f(t, y) = (1-2\sin y)^7$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \frac{\pi}{6}$ e $u = \frac{5}{6}\pi$ soluzioni stazionarie; se $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ o $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u crescente; se $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ soluzione u decrescente. Se $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ la soluzione u è concava; se $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ la soluzione u è concava per $t < t_1$ (con $u(t_1) = \frac{\pi}{2}$), convessa per $t > t_1$. Se $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$ la soluzione u è convessa per $t < t_2$ (con $u(t_2) = \frac{3}{2}\pi$), concava per $t > t_2$. Per $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ e per $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$, $u = \frac{\pi}{6}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; per $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ e per $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$, $u = \frac{5}{6}\pi$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 4

1. $\vec{v} = (v_1, v_2)$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 5\frac{v_1^2}{v_2}$ con $v_2 \neq 0$, (ma $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$); $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) \neq \nabla f(0,0) \cdot \vec{v}$ e quindi f non è differenziabile in $(0,0)$. f non è continua in $(0,0)$, basta prendere la restrizione $y = x^2$, $f(x, x^2) = x + 5$ che non tende a $f(0,0) = 0$.

2. Se $\alpha \neq \frac{1}{18}$, $(0,0)$ è l'unico punto stazionario, di minimo relativo se $\alpha > \frac{1}{18}$, di sella se $\alpha < \frac{1}{18}$. Se $\alpha = \frac{1}{18}$, i punti stazionari sono quelli del tipo $(-\frac{y}{9}, y)$ e sono di minimo assoluto.

3. $\overrightarrow{F}$ è un gradiente, un potenziale $\varphi(x,y) = e^x \sin y + 4xy - y^2$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(0,5) - \varphi(1,0) = \sin 5 - 25$

4. $\frac{\pi}{6}\left(21^{\frac{3}{2}} - 1\right)$.

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = \mathbb{R}$ a f con $f(0) = 0$ e $f(x) = \frac{1}{x}$ per $x \neq 0$; converge uniformemente in ogni insieme $]-\infty, -a] \cup [a, +\infty[$ con $a > 0$.

6. $a_0 = \frac{\pi}{16}$, $a_{2k+1} = -\frac{1}{4\pi}\frac{1}{(2k+1)^2}$, $k \in \mathbb{N}$; $a_{2k} = 0$ $k \in \mathbb{Z}^+$; $b_n = 0$, $\forall n \in \mathbb{Z}^+$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. Poiché $S(0) = f(0) = 0$, $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

7. Con la sostituzione $4^{4-x} = t$ la serie data può essere studiata come serie di potenze nella variabile t (il raggio è sempre 1, cambia il comportamento sul bordo). Risulta convergente assolutamente in $]4.+\infty[$ per ogni $\beta \in \mathbb{R}$; converge semplicemente in $x = 4$ se $0 < \beta \leq 1$; converge anche assolutamente in $x = 4$ se $\beta > 1$. La somma è $\log(1 + 4^{4-x})$.

8. $f(t,y) = (1 - 2\sin y)^9$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \frac{\pi}{6}$ e $u = \frac{5}{6}\pi$ soluzioni stazionarie; se $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ o $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u crescente; se $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ soluzione u decrescente. Se $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ la soluzione u è concava; se $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ la soluzione u è concava per $t < t_1$ (con $u(t_1) = \frac{\pi}{2}$), convessa per $t > t_1$. Se $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$ la soluzione u è convessa per $t < t_2$ (con $u(t_2) = \frac{3}{2}\pi$), concava per $t > t_2$. Per $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ e per $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$, $u = \frac{\pi}{6}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; per $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ e per $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$, $u = \frac{5}{6}\pi$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 5

1. $\vec{v} = (v_1, v_2)$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 6\frac{v_1^2}{v_2}$ con $v_2 \neq 0$, (ma $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$); $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) \neq \nabla f(0,0) \cdot \vec{v}$ e quindi f non è differenziabile in $(0,0)$. f non è continua in $(0,0)$, basta prendere la restrizione $y = x^2$, $f(x, x^2) = x + 6$ che non tende a $f(0,0) = 0$.

2. Se $\alpha \neq \frac{1}{22}$, $(0,0)$ è l'unico punto stazionario, di minimo relativo se $\alpha > \frac{1}{22}$, di sella se $\alpha < \frac{1}{22}$. Se $\alpha = \frac{1}{22}$, i punti stazionari sono quelli del tipo $(-\frac{y}{11}, y)$ e sono di minimo assoluto.

3. $\overrightarrow{F}$ è un gradiente, un potenziale $\varphi(x,y) = e^x \sin y + 3xy - y^2$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(0,6) - \varphi(1,0) = \sin 6 - 36$

4. $\frac{\pi}{6}\left(25^{\frac{3}{2}} - 1\right)$.

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = \mathbb{R}$ a f con $f(0) = 0$ e $f(x) = \frac{1}{x}$ per $x \neq 0$; converge uniformemente in ogni insieme $]-\infty, -a] \cup [a, +\infty[$ con $a > 0$.

6. $a_0 = \frac{\pi}{20}$, $a_{2k+1} = -\frac{1}{5\pi}\frac{1}{(2k+1)^2}$, $k \in \mathbb{N}$; $a_{2k} = 0$ $k \in \mathbb{Z}^+$; $b_n = 0$, $\forall n \in \mathbb{Z}^+$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. Poiché $S(0) = f(0) = 0$, $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

7. Con la sostituzione $3^{3-x} = t$ la serie data può essere studiata come serie di potenze nella variabile t (il raggio è sempre 1, cambia il comportamento sul bordo). Risulta convergente assolutamente in $]3. + \infty[$ per ogni $\beta \in \mathbb{R}$; converge semplicemente in $x = 3$ se $0 < \beta \leq 1$; converge anche assolutamente in $x = 3$ se $\beta > 1$. La somma è $\log(1 + 3^{3-x})$.

8. $f(t, y) = (1-2\sin y)^{11}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \frac{\pi}{6}$ e $u = \frac{5}{6}\pi$ soluzioni stazionarie; se $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ o $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u crescente; se $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ soluzione u decrescente. Se $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ la soluzione u è concava; se $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ la soluzione u è concava per $t < t_1$ (con $u(t_1) = \frac{\pi}{2}$), convessa per $t > t_1$. Se $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$ la soluzione u è convessa per $t < t_2$ (con $u(t_2) = \frac{3}{2}\pi$), concava per $t > t_2$. Per $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ e per $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$, $u = \frac{\pi}{6}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; per $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ e per $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$, $u = \frac{5}{6}\pi$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 6

1. $\vec{v} = (v_1, v_2)$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 7\frac{v_1^2}{v_2}$ con $v_2 \neq 0$, (ma $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$); $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) \neq \nabla f(0,0) \cdot \vec{v}$ e quindi f non è differenziabile in $(0,0)$. f non è continua in $(0,0)$, basta prendere la restrizione $y = x^2$, $f(x, x^2) = x + 7$ che non tende a $f(0,0) = 0$.

2. Se $\alpha \neq \frac{1}{26}$, $(0,0)$ è l'unico punto stazionario, di minimo relativo se $\alpha > \frac{1}{26}$, di sella se $\alpha < \frac{1}{26}$. Se $\alpha = \frac{1}{26}$, i punti stazionari sono quelli del tipo $(-\frac{y}{13}, y)$ e sono di minimo assoluto.

3. $\overrightarrow{F}$ è un gradiente, un potenziale $\varphi(x, y) = e^x \sin y + 2xy - y^2$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(0,7) - \varphi(1,0) = \sin 7 - 49$

4. $\frac{\pi}{6}\left(29^{\frac{3}{2}} - 1\right)$.

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = \mathbb{R}$ a f con $f(0) = 0$ e $f(x) = \frac{1}{x}$ per $x \neq 0$; converge uniformemente in ogni insieme $]-\infty, -a] \cup [a, +\infty[$ con $a > 0$.

6. $a_0 = \frac{\pi}{24}$, $a_{2k+1} = -\frac{1}{6\pi}\frac{1}{(2k+1)^2}$, $k \in \mathbb{N}$; $a_{2k} = 0$ $k \in \mathbb{Z}^+$; $b_n = 0$, $\forall n \in \mathbb{Z}^+$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. Poiché $S(0) = f(0) = 0$, $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

7. Con la sostituzione $2^{2-x} = t$ la serie data può essere studiata come serie di potenze nella variabile t (il raggio è sempre 1, cambia il comportamento sul bordo). Risulta convergente assolutamente in $]2. + \infty[$ per ogni $\beta \in \mathbb{R}$; converge semplicemente in $x = 2$ se $0 < \beta \leq 1$; converge anche assolutamente in $x = 2$ se $\beta > 1$. La somma è $\log(1 + 2^{2-x})$.

8. $f(t, y) = (1-2\sin y)^{13}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \frac{\pi}{6}$ e $u = \frac{5}{6}\pi$ soluzioni stazionarie; se $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ o $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u crescente; se $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ soluzione u decrescente. Se $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ la soluzione u è concava; se $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ la soluzione u è concava per $t < t_1$ (con $u(t_1) = \frac{\pi}{2}$), convessa per $t > t_1$. Se $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$ la soluzione u è convessa per $t < t_2$ (con $u(t_2) = \frac{3}{2}\pi$), concava per $t > t_2$. Per $0 \leq y_0 < \frac{\pi}{6}$ e per $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$, $u = \frac{\pi}{6}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; per $\frac{\pi}{6} < y_0 < \frac{5}{6}\pi$ e per $\frac{5}{6}\pi < y_0 < 2\pi$, $u = \frac{5}{6}\pi$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.
