ANALISI MATEMATICA II- 30 marzo 2010.

Il numero del compito è il minimo valore di z nel dominio T del quarto esercizio. Ad esempio, se $T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\,,\ 1 \leq z \leq \sqrt{2}\}$, il numero del compito è 1.

COMPITO 1

1. $\mathrm{dom} f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \leq x^2 + y^2 < 4\}$
2. $m = 7^{-1/14}$ in $\pm(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{14})$, $M = 7^{1/14}$ in $\pm(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{14})$
3. $A = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$, $\alpha = 8$; $\varphi(x,y) = \frac{\exp(x^8)}{8} \arctan y + x \log x - x$
4. $\frac{5}{4}\pi$
5. la serie converge uniformemente in $[0, +\infty[$ a $S(x) = -7x$
6. $t \sin(y - 2\pi)$ è di classe C^∞ in $\mathbb{R}^2 \Rightarrow \exists!$ sol. locale $\forall\, y_0 \in \mathbb{R}$; sublineare, quindi esistenza globale su $\mathbb{R}$. Sol. stazionarie: $u = k\pi\,,\ k \in \mathbb{Z}$; soluzioni pari; $y'' = \sin(y - 2\pi)(1 + t^2 \cos(y - 2\pi))$. Per $y_0 \in]2\pi, 3\pi[$ soluzione u str. decresc. in $]-\infty, 0[$ e str. cresc. in $]0, +\infty[$; per $y_0 \in]3\pi, 4\pi[$ soluzione u str. cresc. in $]-\infty, 0[$ e str. decresc. in $]0, +\infty[$; $y = 3\pi$ asint. orizz.; ogni soluzione (non stazionaria) presenta due punti di flesso, deducibili dal grafico
7. $y(x) = \frac{1}{\sqrt{3 \cos x}}$
8. $a_0 = \frac{6}{\pi}$, $a_1 = \frac{3}{\pi}$, $b_1 = 0$, $S(\frac{\pi}{2}) = \frac{3}{2}$.

COMPITO 2

1. $\mathrm{dom} f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 5 \leq x^2 + y^2 < 9\}$
2. $m = 6^{-1/12}$ in $\pm(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{12})$, $M = 6^{1/12}$ in $\pm(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{12})$
3. $A = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$, $\alpha = 7$; $\varphi(x,y) = \frac{\exp(x^7)}{7} \arctan y + x \log x - x$
4. $\frac{9}{4}\pi$
5. la serie converge uniformemente in $[0, +\infty[$ a $S(x) = -6x$
6. $t \sin(y - 3\pi)$ è di classe C^∞ in $\mathbb{R}^2 \Rightarrow \exists!$ sol. locale $\forall\, y_0 \in \mathbb{R}$; sublineare, quindi esistenza globale su $\mathbb{R}$. Sol. stazionarie: $u = k\pi\,,\ k \in \mathbb{Z}$; soluzioni pari; $y'' = \sin(y - 3\pi)(1 + t^2 \cos(y - 3\pi))$. Per $y_0 \in]3\pi, 4\pi[$ soluzione u str. decresc. in $]-\infty, 0[$ e str. cresc. in $]0, +\infty[$; per $y_0 \in]4\pi, 5\pi[$ soluzione u str. cresc. in $]-\infty, 0[$ e str. decresc. in $]0, +\infty[$; $y = 4\pi$ asint. orizz.; ogni soluzione (non stazionaria) presenta due punti di flesso, deducibili dal grafico
7. $y(x) = \frac{1}{\sqrt{5 \cos x}}$
8. $a_0 = \frac{10}{\pi}$, $a_1 = \frac{5}{\pi}$, $b_1 = 0$, $S(\frac{\pi}{2}) = \frac{5}{2}$.

COMPITO 3

1. $\mathrm{dom} f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 10 \leq x^2 + y^2 < 16\}$
2. $m = 5^{-1/10}$ in $\pm(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{10})$, $M = 5^{1/10}$ in $\pm(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{10})$

3. $A = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$, $\alpha = 6$; $\varphi(x, y) = \frac{\exp(x^6)}{6} \arctan y + x \log x - x$

4. $\frac{13}{4}\pi$

5. la serie converge uniformemente in $[0, +\infty[$ a $S(x) = -5x$

6. $t \sin(y - 4\pi)$ è di classe C^∞ in $\mathbb{R}^2 \Rightarrow \exists!$ sol. locale $\forall\, y_0 \in \mathbb{R}$; sublineare, quindi esistenza globale su $\mathbb{R}$. Sol. stazionarie: $u = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; soluzioni pari; $y'' = \sin(y - 4\pi)(1 + t^2 \cos(y - 4\pi))$. Per $y_0 \in]4\pi, 5\pi[$ soluzione u str. decresc. in $]-\infty, 0[$ e str. cresc. in $]0, +\infty[$; per $y_0 \in]5\pi, 6\pi[$ soluzione u str. cresc. in $]-\infty, 0[$ e str. decresc. in $]0, +\infty[$; $y = 5\pi$ asint. orizz.; ogni soluzione (non stazionaria) presenta due punti di flesso, deducibili dal grafico

7. $y(x) = \frac{1}{\sqrt{7 \cos x}}$

8. $a_0 = \frac{14}{\pi}$, $a_1 = \frac{7}{\pi}$, $b_1 = 0$, $S(\frac{\pi}{2}) = \frac{7}{2}$.

COMPITO 4

1. $\mathrm{dom} f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 17 \leq x^2 + y^2 < 25\}$

2. $m = 4^{-1/8}$ in $\pm(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{8})$, $M = 4^{1/8}$ in $\pm(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{8})$

3. $A = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$, $\alpha = 5$; $\varphi(x, y) = \frac{\exp(x^5)}{5} \arctan y + x \log x - x$

4. $\frac{17}{4}\pi$

5. la serie converge uniformemente in $[0, +\infty[$ a $S(x) = -4x$

6. $t \sin(y - 5\pi)$ è di classe C^∞ in $\mathbb{R}^2 \Rightarrow \exists!$ sol. locale $\forall\, y_0 \in \mathbb{R}$; sublineare, quindi esistenza globale su $\mathbb{R}$. Sol. stazionarie: $u = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; soluzioni pari; $y'' = \sin(y - 5\pi)(1 + t^2 \cos(y - 5\pi))$. Per $y_0 \in]5\pi, 6\pi[$ soluzione u str. decresc. in $]-\infty, 0[$ e str. cresc. in $]0, +\infty[$; per $y_0 \in]6\pi, 7\pi[$ soluzione u str. cresc. in $]-\infty, 0[$ e str. decresc. in $]0, +\infty[$; $y = 6\pi$ asint. orizz.; ogni soluzione (non stazionaria) presenta due punti di flesso, deducibili dal grafico

7. $y(x) = \frac{1}{\sqrt{9 \cos x}}$

8. $a_0 = \frac{18}{\pi}$, $a_1 = \frac{9}{\pi}$, $b_1 = 0$, $S(\frac{\pi}{2}) = \frac{9}{2}$.

COMPITO 5

1. $\mathrm{dom} f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 26 \leq x^2 + y^2 < 36\}$

2. $m = 3^{-1/6}$ in $\pm(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{6})$, $M = 3^{1/6}$ in $\pm(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{6})$

3. $A = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$, $\alpha = 4$; $\varphi(x, y) = \frac{\exp(x^4)}{4} \arctan y + x \log x - x$

4. $\frac{21}{4}\pi$

5. la serie converge uniformemente in $[0, +\infty[$ a $S(x) = -3x$

6. $t \sin(y - 6\pi)$ è di classe C^∞ in $\mathbb{R}^2 \Rightarrow \exists!$ sol. locale $\forall\, y_0 \in \mathbb{R}$; sublineare, quindi esistenza globale su $\mathbb{R}$. Sol. stazionarie: $u = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; soluzioni pari; $y'' = \sin(y - 6\pi)(1 + t^2 \cos(y - 6\pi))$. Per $y_0 \in]6\pi, 7\pi[$ soluzione u str. decresc. in $]-\infty, 0[$ e str. cresc. in $]0, +\infty[$; per $y_0 \in]7\pi, 8\pi[$ soluzione u str. cresc. in $]-\infty, 0[$ e str. decresc. in $]0, +\infty[$; $y = 7\pi$ asint. orizz.; ogni soluzione (non stazionaria) presenta due punti di flesso, deducibili dal grafico

7. $y(x) = \frac{1}{\sqrt{11\cos x}}$

8. $a_0 = \frac{22}{\pi}$, $a_1 = \frac{11}{\pi}$, $b_1 = 0$, $S(\frac{\pi}{2}) = \frac{11}{2}$.

COMPITO 6

1. $\mathrm{dom} f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 37 \leq x^2 + y^2 < 49\}$

2. $m = 2^{-1/4}$ in $\pm(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{4})$, $M = 2^{1/4}$ in $\pm(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{4})$

3. $A = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$, $\alpha = 3$; $\varphi(x,y) = \frac{\exp(x^3)}{3} \arctan y + x \log x - x$

4. $\frac{25}{4}\pi$

5. la serie converge uniformemente in $[0, +\infty[$ a $S(x) = -2x$

6. $t\sin(y - 7\pi)$ è di classe C^∞ in $\mathbb{R}^2 \Rightarrow \exists!$ sol. locale $\forall\, y_0 \in \mathbb{R}$; sublineare, quindi esistenza globale su $\mathbb{R}$. Sol. stazionarie: $u = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; soluzioni pari; $y'' = \sin(y - 7\pi)(1 + t^2\cos(y - 7\pi))$. Per $y_0 \in]7\pi, 8\pi[$ soluzione u str. decresc. in $]-\infty, 0[$ e str. cresc. in $]0, +\infty[$; per $y_0 \in]8\pi, 9\pi[$ soluzione u str. cresc. in $]-\infty, 0[$ e str. decresc. in $]0, +\infty[$; $y = 8\pi$ asint. orizz.; ogni soluzione (non stazionaria) presenta due punti di flesso, deducibili dal grafico

7. $y(x) = \frac{1}{\sqrt{13\cos x}}$

8. $a_0 = \frac{26}{\pi}$, $a_1 = \frac{13}{\pi}$, $b_1 = 0$, $S(\frac{\pi}{2}) = \frac{13}{2}$.
