ANALISI MATEMATICA 2 - II prova intermedia - 30 novembre 2015

Il NUMERO della FILA è la metà dell'intero presente nel testo dell'esercizio n° 5.

Fila 1

1. $2^{-3/2}(5^{3/2}-1)$.

2. Non si può escludere alcun valore di α, perché vale l'uguaglianza delle derivate in croce, ma il dominio A NON è semplicemente connesso; tuttavia $\frac{-y}{x^2+y^2}\,\vec{i}_1+\frac{x}{x^2+y^2}\,\vec{i}_2$ è proprio l'esempio di campo irrotazionale non conservativo; mentre di $\frac{4x}{x^2+y^2}\,\vec{i}_1+\frac{4y}{x^2+y^2}\,\vec{i}_2$ si può trovare facilmente un potenziale. Quindi $\alpha=-2$ è l'unico valore per cui $\vec{G}$ è un gradiente. Il potenziale richiesto è $\tilde{\varphi}(x,y)=2\log(x^2+y^2)-2\log 2$.

3. $-\frac{1}{49}$.

4. Si può applicare il teorema di Green e calcolare l'integrale doppio $\iint_D dxdy$, dove D è la parte di piano compresa fra le due ellissi. Si ottiene 6π.

5. $\frac{2}{3}\pi(3^{3/2}-1)$.

6. 49π.

Fila 2

1. $3^{-3/2}(5^{3/2}-1)$.

2. Non si può escludere alcun valore di α, perché vale l'uguaglianza delle derivate in croce, ma il dominio A NON è semplicemente connesso; tuttavia $\frac{-y}{x^2+y^2}\,\vec{i}_1+\frac{x}{x^2+y^2}\,\vec{i}_2$ è proprio l'esempio di campo irrotazionale non conservativo; mentre di $\frac{6x}{x^2+y^2}\,\vec{i}_1+\frac{6y}{x^2+y^2}\,\vec{i}_2$ si può trovare facilmente un potenziale. Quindi $\alpha=-3$ è l'unico valore per cui $\vec{G}$ è un gradiente. Il potenziale richiesto è $\tilde{\varphi}(x,y)=3\log(x^2+y^2)-4\log 3$.

3. $-\frac{1}{36}$.

4. Si può applicare il teorema di Green e calcolare l'integrale doppio $\iint_D dxdy$, dove D è la parte di piano compresa fra le due ellissi. Si ottiene 9π.

5. $\frac{2}{3}\pi(5^{3/2}-1)$.

6. 36π.

Fila 3

1. $4^{-3/2}(5^{3/2}-1)$.

2. Non si può escludere alcun valore di α, perché vale l'uguaglianza delle derivate in croce, ma il dominio A NON è semplicemente connesso; tuttavia $\frac{-y}{x^2+y^2}\,\vec{i}_1+\frac{x}{x^2+y^2}\,\vec{i}_2$ è proprio l'esempio di campo irrotazionale non conservativo; mentre di $\frac{8x}{x^2+y^2}\,\vec{i}_1+\frac{8y}{x^2+y^2}\,\vec{i}_2$ si può trovare facilmente un potenziale. Quindi $\alpha=-4$ è l'unico valore per cui $\vec{G}$ è un gradiente. Il potenziale richiesto è $\tilde{\varphi}(x,y)=4\log(x^2+y^2)-6\log 4$.

3. $-\frac{1}{25}$.

4. Si può applicare il teorema di Green e calcolare l'integrale doppio $\iint_D dxdy$, dove D è la parte di piano compresa fra le due ellissi. Si ottiene 12π.

5. $\frac{2}{3}\pi(7^{3/2}-1)$.

6. 25π.

Fila 4

1. $5^{-3/2}(5^{3/2}-1)$.

2. Non si può escludere alcun valore di α, perché vale l'uguaglianza delle derivate in croce, ma il dominio A NON è semplicemente connesso; tuttavia $\frac{-y}{x^2+y^2}\,\vec{i}_1 + \frac{x}{x^2+y^2}\,\vec{i}_2$ è proprio l'esempio di campo irrotazionale non conservativo; mentre di $\frac{10x}{x^2+y^2}\,\vec{i}_1 + \frac{10y}{x^2+y^2}\,\vec{i}_2$ si può trovare facilmente un potenziale. Quindi $\alpha = -5$ è l'unico valore per cui $\vec{G}$ è un gradiente. Il potenziale richiesto è $\tilde{\varphi}(x,y) = 5\log(x^2+y^2) - 8\log 5$.

3. $-\frac{1}{16}$.

4. Si può applicare il teorema di Green e calcolare l'integrale doppio $\iint_D dxdy$, dove D è la parte di piano compresa fra le due ellissi. Si ottiene 15π.

5. $\frac{2}{3}\pi(9^{3/2}-1)$.

6. 16π.

Fila 5

1. $6^{-3/2}(5^{3/2}-1)$.

2. Non si può escludere alcun valore di α, perché vale l'uguaglianza delle derivate in croce, ma il dominio A NON è semplicemente connesso; tuttavia $\frac{-y}{x^2+y^2}\,\vec{i}_1 + \frac{x}{x^2+y^2}\,\vec{i}_2$ è proprio l'esempio di campo irrotazionale non conservativo; mentre di $\frac{12x}{x^2+y^2}\,\vec{i}_1 + \frac{12y}{x^2+y^2}\,\vec{i}_2$ si può trovare facilmente un potenziale. Quindi $\alpha = -6$ è l'unico valore per cui $\vec{G}$ è un gradiente. Il potenziale richiesto è $\tilde{\varphi}(x,y) = 6\log(x^2+y^2) - 10\log 6$.

3. $-\frac{1}{9}$.

4. Si può applicare il teorema di Green e calcolare l'integrale doppio $\iint_D dxdy$, dove D è la parte di piano compresa fra le due ellissi. Si ottiene 18π.

5. $\frac{2}{3}\pi(11^{3/2}-1)$.

6. 9π.

Fila 6

1. $7^{-3/2}(5^{3/2}-1)$.

2. Non si può escludere alcun valore di α, perché vale l'uguaglianza delle derivate in croce, ma il dominio A NON è semplicemente connesso; tuttavia $\frac{-y}{x^2+y^2}\,\vec{i}_1 + \frac{x}{x^2+y^2}\,\vec{i}_2$ è proprio l'esempio di campo irrotazionale non conservativo; mentre di $\frac{14x}{x^2+y^2}\,\vec{i}_1 + \frac{14y}{x^2+y^2}\,\vec{i}_2$ si può trovare facilmente un potenziale. Quindi $\alpha = -7$ è l'unico valore per cui $\vec{G}$ è un gradiente. Il potenziale richiesto è $\tilde{\varphi}(x, y) = 7\log(x^2 + y^2) - 12\log 7$.

3. $-\frac{1}{4}$.

4. Si può applicare il teorema di Green e calcolare l'integrale doppio $\iint_D dxdy$, dove D è la parte di piano compresa fra le due ellissi. Si ottiene 21π.

5. $\frac{2}{3}\pi(13^{3/2} - 1)$.

6. 4π.
