ANALISI MATEMATICA II- 3 febbraio 2011.

Il numero del compito è dato dal coefficiente di $\sqrt{x^2+y^2}$ nell'equazione del cono dell'esercizio 4.

COMPITO 1

1. f non è continua in $(0,0)$ (e quindi non è differenziabile in $(0,0)$). Non ammette derivate direzionali, eccetto $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$.
2. $m=\frac{7}{4}$ assunto in $(-\frac{1}{2},\frac{1}{4})$ e $M=4$ assunto in $(1,1)$.
3. $\alpha=\frac{2}{3}$. Si può integrare lungo il segmento $\tilde{\Gamma}:\quad \overrightarrow{r}_1(t)=\overrightarrow{i}+t\overrightarrow{j}\,,\quad t\in[0,2]$ e l'integrale curvilineo vale $2\frac{2^3}{3}$.
4. applicando il teorema di Stokes, si può calcolare l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \vec{F}d\Gamma$, dove Γ è la circonferenza $x^2+y^2=1$ nel piano $z=1$; $\vec{F}$ è conservativo, quindi l'integrale curvilineo è nullo.
5. converge puntualmente ed uniformemente a $f(x)=\sqrt[3]{x}$ in tutto $\mathbb{R}$. f non è derivabile in $x=0$.
6. $a_0=\frac{7}{\pi}\log 2$, $a_1=\frac{14}{\pi}[1-\frac{\sqrt{2}}{2}]$, $b_1=0$. $\frac{1}{2}a_0^2+\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2+b_n^2=\frac{49}{\pi}[2-\frac{\pi}{2}]$.
7. $t^3\cos y\, e^{y^2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità locali; per $y_0=\frac{\pi}{2}+k\pi\,,\ k\in\mathbb{Z}$, $u(t)\equiv\frac{\pi}{2}+k\pi$ soluzioni stazionarie, quindi a posteriori, esistenza globale per ogni $y_0\in\mathbb{R}$. Se $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$ soluzione u crescente per $t>0$, asintoto orizzontale $u=\frac{\pi}{2}$ per $t\to\pm\infty$; se $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$ crescente per $t<0$, asintoto orizzontale $u=\frac{\pi}{2}$ per $t\to\pm\infty$.
8. 49

COMPITO 2

1. f non è continua in $(0,0)$ (e quindi non è differenziabile in $(0,0)$). Non ammette derivate direzionali, eccetto $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$.
2. $m=\frac{11}{4}$ assunto in $(-\frac{1}{2},\frac{1}{4})$ e $M=5$ assunto in $(1,1)$.
3. $\alpha=\frac{4}{5}$. Si può integrare lungo il segmento $\tilde{\Gamma}:\quad \overrightarrow{r}_1(t)=\overrightarrow{i}+t\overrightarrow{j}\,,\quad t\in[0,2]$ e l'integrale curvilineo vale $4\frac{2^5}{5}$.
4. applicando il teorema di Stokes, si può calcolare l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \vec{F}d\Gamma$, dove Γ è la circonferenza $x^2+y^2=1$ nel piano $z=2$; $\vec{F}$ è conservativo, quindi l'integrale curvilineo è nullo.
5. converge puntualmente ed uniformemente a $f(x)=\sqrt[3]{x}$ in tutto $\mathbb{R}$. f non è derivabile in $x=0$.
6. $a_0=\frac{6}{\pi}\log 2$, $a_1=\frac{12}{\pi}[1-\frac{\sqrt{2}}{2}]$, $b_1=0$. $\frac{1}{2}a_0^2+\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2+b_n^2=\frac{36}{\pi}[2-\frac{\pi}{2}]$.
7. $t^5\cos y\, e^{y^2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità locali; per $y_0=\frac{\pi}{2}+k\pi\,,\ k\in\mathbb{Z}$, $u(t)\equiv\frac{\pi}{2}+k\pi$ soluzioni stazionarie, quindi a posteriori, esistenza globale per ogni $y_0\in\mathbb{R}$. Se $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$ soluzione u crescente per $t>0$, asintoto orizzontale $u=\frac{\pi}{2}$ per $t\to\pm\infty$; se $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$ crescente per $t<0$, asintoto orizzontale $u=\frac{\pi}{2}$ per $t\to\pm\infty$.
8. 36

COMPITO 3

1. f non è continua in $(0,0)$ (e quindi non è differenziabile in $(0,0)$). Non ammette derivate direzionali, eccetto $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$.

2. $m=\frac{15}{4}$ assunto in $(-\frac{1}{2},\frac{1}{4})$ e $M=6$ assunto in $(1,1)$.

3. $\alpha=\frac{6}{7}$. Si può integrare lungo il segmento $\tilde{\Gamma}:\quad \overrightarrow{r}_1(t)=\overrightarrow{i}+t\overrightarrow{j}\,,\quad t\in[0,2]$ e l'integrale curvilineo vale $6\frac{2^7}{7}$.

4. applicando il teorema di Stokes, si può calcolare l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \vec{F}d\Gamma$, dove Γ è la circonferenza $x^2+y^2=1$ nel piano $z=3$; $\vec{F}$ è conservativo, quindi l'integrale curvilineo è nullo.

5. converge puntualmente ed uniformemente a $f(x)=\sqrt[3]{x}$ in tutto $\mathbb{R}$. f non è derivabile in $x=0$.

6. $a_0=\frac{5}{\pi}\log 2$, $a_1=\frac{10}{\pi}[1-\frac{\sqrt{2}}{2}]$, $b_1=0$. $\frac{1}{2}a_0^2+\sum_{n=1}^\infty a_n^2+b_n^2=\frac{25}{\pi}[2-\frac{\pi}{2}]$.

7. $t^7\cos y\, e^{y^2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità locali; per $y_0=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$, $u(t)\equiv\frac{\pi}{2}+k\pi$ soluzioni stazionarie, quindi a posteriori, esistenza globale per ogni $y_0\in\mathbb{R}$. Se $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$ soluzione u crescente per $t>0$, asintoto orizzontale $u=\frac{\pi}{2}$ per $t\to\pm\infty$; se $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$ crescente per $t<0$, asintoto orizzontale $u=\frac{\pi}{2}$ per $t\to\pm\infty$.

8. 25

COMPITO 4

1. f non è continua in $(0,0)$ (e quindi non è differenziabile in $(0,0)$). Non ammette derivate direzionali, eccetto $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$.

2. $m=\frac{19}{4}$ assunto in $(-\frac{1}{2},\frac{1}{4})$ e $M=7$ assunto in $(1,1)$.

3. $\alpha=\frac{8}{9}$. Si può integrare lungo il segmento $\tilde{\Gamma}:\quad \overrightarrow{r}_1(t)=\overrightarrow{i}+t\overrightarrow{j}\,,\quad t\in[0,2]$ e l'integrale curvilineo vale $8\frac{2^9}{9}$.

4. applicando il teorema di Stokes, si può calcolare l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \vec{F}d\Gamma$, dove Γ è la circonferenza $x^2+y^2=1$ nel piano $z=4$; $\vec{F}$ è conservativo, quindi l'integrale curvilineo è nullo.

5. converge puntualmente ed uniformemente a $f(x)=\sqrt[3]{x}$ in tutto $\mathbb{R}$. f non è derivabile in $x=0$.

6. $a_0=\frac{4}{\pi}\log 2$, $a_1=\frac{8}{\pi}[1-\frac{\sqrt{2}}{2}]$, $b_1=0$. $\frac{1}{2}a_0^2+\sum_{n=1}^\infty a_n^2+b_n^2=\frac{16}{\pi}[2-\frac{\pi}{2}]$.

7. $t^9\cos y\, e^{y^2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità locali; per $y_0=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$, $u(t)\equiv\frac{\pi}{2}+k\pi$ soluzioni stazionarie, quindi a posteriori, esistenza globale per ogni $y_0\in\mathbb{R}$. Se $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$ soluzione u crescente per $t>0$, asintoto orizzontale $u=\frac{\pi}{2}$ per $t\to\pm\infty$; se $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$ crescente per $t<0$, asintoto orizzontale $u=\frac{\pi}{2}$ per $t\to\pm\infty$.

8. 16

COMPITO 5

1. f non è continua in $(0,0)$ (e quindi non è differenziabile in $(0,0)$). Non ammette derivate direzionali, eccetto $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$.

2. $m = \frac{23}{4}$ assunto in $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ e $M = 8$ assunto in $(1,1)$.

3. $\alpha = \frac{10}{11}$. Si può integrare lungo il segmento $\tilde{\Gamma}$: $\quad \overrightarrow{r}_1(t) = \overrightarrow{i} + t\overrightarrow{j}$, $\quad t \in [0,2]$ e l'integrale curvilineo vale $10\frac{2^{11}}{11}$.

4. applicando il teorema di Stokes, si può calcolare l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \vec{F} d\Gamma$, dove Γ è la circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ nel piano $z = 5$; $\vec{F}$ è conservativo, quindi l'integrale curvilineo è nullo.

5. converge puntualmente ed uniformemente a $f(x) = \sqrt[3]{x}$ in tutto $\mathbb{R}$. f non è derivabile in $x = 0$.

6. $a_0 = \frac{3}{\pi}\log 2$, $a_1 = \frac{6}{\pi}[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}]$, $b_1 = 0$. $\frac{1}{2}a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 + b_n^2 = \frac{9}{\pi}[2 - \frac{\pi}{2}]$.

7. $t^{11}\cos y\, e^{y^2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità locali; per $y_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, $u(t) \equiv \frac{\pi}{2} + k\pi$ soluzioni stazionarie, quindi a posteriori, esistenza globale per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$. Se $-\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{\pi}{2}$ soluzione u crescente per $t > 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2}$ per $t \to \pm\infty$; se $\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{3}{2}\pi$ crescente per $t < 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2}$ per $t \to \pm\infty$.

8. 9

COMPITO 6

1. f non è continua in $(0,0)$ (e quindi non è differenziabile in $(0,0)$). Non ammette derivate direzionali, eccetto $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$.

2. $m = \frac{27}{4}$ assunto in $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ e $M = 9$ assunto in $(1,1)$.

3. $\alpha = \frac{12}{13}$. Si può integrare lungo il segmento $\tilde{\Gamma}$: $\quad \overrightarrow{r}_1(t) = \overrightarrow{i} + t\overrightarrow{j}$, $\quad t \in [0,2]$ e l'integrale curvilineo vale $12\frac{2^{13}}{13}$.

4. applicando il teorema di Stokes, si può calcolare l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \vec{F} d\Gamma$, dove Γ è la circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ nel piano $z = 6$; $\vec{F}$ è conservativo, quindi l'integrale curvilineo è nullo.

5. converge puntualmente ed uniformemente a $f(x) = \sqrt[3]{x}$ in tutto $\mathbb{R}$. f non è derivabile in $x = 0$.

6. $a_0 = \frac{2}{\pi}\log 2$, $a_1 = \frac{4}{\pi}[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}]$, $b_1 = 0$. $\frac{1}{2}a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 + b_n^2 = \frac{4}{\pi}[2 - \frac{\pi}{2}]$.

7. $t^{13}\cos y\, e^{y^2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità locali; per $y_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, $u(t) \equiv \frac{\pi}{2} + k\pi$ soluzioni stazionarie, quindi a posteriori, esistenza globale per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$. Se $-\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{\pi}{2}$ soluzione u crescente per $t > 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2}$ per $t \to \pm\infty$; se $\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{3}{2}\pi$ crescente per $t < 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2}$ per $t \to \pm\infty$.

8. 4
