ANALISI MATEMATICA II- 3 FEBBRAIO 2014 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dal limite inferiore di z nell'esercizio 4.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$; per ogni direzione $\vec{v}=(v_1,v_2)$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)=(v_1+7v_2)(v_1^2-v_2^2)$; f non è differenziabile in $(0,0)$ (basta osservare che $\nabla f(0,0)\cdot\vec{v}=v_1-7v_2\neq(v_1+7v_2)(v_1^2-v_2^2)$) .
2. $(0,-7)$ punto di sella; $(0,7)$ punto di minimo relativo.
3. $8[5^{3/2}-1]$
4. 3π
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-2,2]$ a $f(x)\equiv 0$ per $|x|<2$, $f(2)=\sqrt{2}$; converge uniformemente in ogni intervallo $[-a,a]$ con $0<a<2$.
6. $a_0=3$, $a_1=0$, $b_1=\frac{8}{\pi}$, $b_2=0$.
7. $y(t)=\sqrt{\frac{e^{t^5}}{t^4}}$
8. $f(t,y)=2(e^{\cos y}-1)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali; $u=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Se $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$ soluzione u crescente; se $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$ soluzione u decrescente. Se $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$ la soluzione u è convessa per $t<t^*$ (con $u(t^*)=0$), concava per $t>t^*$. Se $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$ la soluzione u è concava per $t<t^*$ (con $u(t^*)=\pi$), convessa per $t>t^*$. Per $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$, $u=-\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t\to-\infty$ e $u=\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t\to+\infty$; per $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$, $u=\frac{3}{2}\pi$ è asintoto orizzontale per $t\to-\infty$; $u=\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t\to+\infty$.

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$; per ogni direzione $\vec{v}=(v_1,v_2)$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)=(v_1+6v_2)(v_1^2-v_2^2)$; f non è differenziabile in $(0,0)$ (basta osservare che $\nabla f(0,0)\cdot\vec{v}=v_1-6v_2\neq(v_1+6v_2)(v_1^2-v_2^2)$) .
2. $(0,-6)$ punto di sella; $(0,6)$ punto di minimo relativo.
3. $12[5^{3/2}-1]$
4. 6π
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-3,3]$ a $f(x)\equiv 0$ per $|x|<3$, $f(3)=\sqrt{2}$; converge uniformemente in ogni intervallo $[-a,a]$ con $0<a<3$.
6. $a_0=6$, $a_1=0$, $b_1=\frac{16}{\pi}$, $b_2=0$.
7. $y(t)=\sqrt{\frac{e^{t^7}}{t^6}}$
8. $f(t,y)=3(e^{\cos y}-1)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali; $u=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Se $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$ soluzione u crescente; se $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$ soluzione u decrescente. Se $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$ la soluzione u è convessa per $t<t^*$ (con $u(t^*)=0$), concava per $t>t^*$. Se $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$ la soluzione u è concava per $t<t^*$ (con $u(t^*)=\pi$), convessa per $t>t^*$. Per $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$, $u=-\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t\to-\infty$ e $u=\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t\to+\infty$; per $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$, $u=\frac{3}{2}\pi$ è asintoto orizzontale per $t\to-\infty$; $u=\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t\to+\infty$.

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$; per ogni direzione $\vec{v}=(v_1,v_2)$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)=(v_1+5v_2)(v_1^2-v_2^2)$; f non è differenziabile in $(0,0)$ (basta osservare che $\nabla f(0,0)\cdot\vec{v}=v_1-5v_2\neq(v_1+5v_2)(v_1^2-v_2^2)$) .

2. $(0,-5)$ punto di sella; $(0,5)$ punto di minimo relativo.

3. $16[5^{3/2}-1]$

4. 9π

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-4,4]$ a $f(x)\equiv 0$ per $|x|<4$, $f(4)=\sqrt{2}$; converge uniformemente in ogni intervallo $[-a,a]$ con $0<a<4$.

6. $a_0=9$, $a_1=0$, $b_1=\frac{24}{\pi}$, $b_2=0$.

7. $y(t)=\sqrt{\frac{e^{t^9}}{t^8}}$

8. $f(t,y)=4(e^{\cos y}-1)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali; $u=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Se $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$ soluzione u crescente; se $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$ soluzione u decrescente. Se $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$ la soluzione u è convessa per $t<t^*$ (con $u(t^*)=0$), concava per $t>t^*$. Se $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$ la soluzione u è concava per $t<t^*$ (con $u(t^*)=\pi$), convessa per $t>t^*$. Per $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$, $u=-\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t\to-\infty$ e $u=\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t\to+\infty$; per $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$, $u=\frac{3}{2}\pi$ è asintoto orizzontale per $t\to-\infty$; $u=\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t\to+\infty$.

COMPITO 4

1. f è continua in $(0,0)$; per ogni direzione $\vec{v}=(v_1,v_2)$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)=(v_1+4v_2)(v_1^2-v_2^2)$; f non è differenziabile in $(0,0)$ (basta osservare che $\nabla f(0,0)\cdot\vec{v}=v_1-4v_2\neq(v_1+4v_2)(v_1^2-v_2^2)$) .

2. $(0,-4)$ punto di sella; $(0,4)$ punto di minimo relativo.

3. $20[5^{3/2}-1]$

4. 12π

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-5,5]$ a $f(x)\equiv 0$ per $|x|<5$, $f(5)=\sqrt{2}$; converge uniformemente in ogni intervallo $[-a,a]$ con $0<a<5$.

6. $a_0=12$, $a_1=0$, $b_1=\frac{32}{\pi}$, $b_2=0$.

7. $y(t)=\sqrt{\frac{e^{t^{11}}}{t^{10}}}$

8. $f(t,y)=5(e^{\cos y}-1)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali; $u=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Se $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$ soluzione u crescente; se $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$ soluzione u decrescente. Se $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$ la soluzione u è convessa per $t<t^*$ (con $u(t^*)=0$), concava per $t>t^*$. Se $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$ la soluzione u è concava per $t<t^*$ (con $u(t^*)=\pi$), convessa per $t>t^*$. Per $-\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{\pi}{2}$, $u=-\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t\to-\infty$ e $u=\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t\to+\infty$; per $\frac{\pi}{2}<y_0<\frac{3}{2}\pi$, $u=\frac{3}{2}\pi$ è asintoto orizzontale per $t\to-\infty$; $u=\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t\to+\infty$.

COMPITO 5

1. f è continua in $(0,0)$; per ogni direzione $\vec{v} = (v_1, v_2)$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = (v_1 + 3v_2)(v_1^2 - v_2^2)$; f non è differenziabile in $(0,0)$ (basta osservare che $\nabla f(0,0) \cdot \vec{v} = v_1 - 3v_2 \neq (v_1 + 3v_2)(v_1^2 - v_2^2)$) .

2. $(0,-3)$ punto di sella; $(0,3)$ punto di minimo relativo.

3. $24[5^{3/2} - 1]$

4. 15π

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-6,6]$ a $f(x) \equiv 0$ per $|x| < 6$, $f(6) = \sqrt{2}$; converge uniformemente in ogni intervallo $[-a,a]$ con $0 < a < 6$.

6. $a_0 = 15$, $a_1 = 0$, $b_1 = \frac{40}{\pi}$, $b_2 = 0$.

7. $y(t) = \sqrt{\frac{e^{t^{13}}}{t^{12}}}$

8. $f(t,y) = 6(e^{\cos y} - 1)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali; $u = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Se $-\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{\pi}{2}$ soluzione u crescente; se $\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{3}{2}\pi$ soluzione u decrescente. Se $-\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{\pi}{2}$ la soluzione u è convessa per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 0$), concava per $t > t^*$. Se $\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{3}{2}\pi$ la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = \pi$), convessa per $t > t^*$. Per $-\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{\pi}{2}$, $u = -\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$ e $u = \frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; per $\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{3}{2}\pi$, $u = \frac{3}{2}\pi$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; $u = \frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.

COMPITO 6

1. f è continua in $(0,0)$; per ogni direzione $\vec{v} = (v_1, v_2)$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = (v_1 + 2v_2)(v_1^2 - v_2^2)$; f non è differenziabile in $(0,0)$ (basta osservare che $\nabla f(0,0) \cdot \vec{v} = v_1 - 2v_2 \neq (v_1 + 2v_2)(v_1^2 - v_2^2)$) .

2. $(0,-2)$ punto di sella; $(0,2)$ punto di minimo relativo.

3. $28[5^{3/2} - 1]$

4. 18π

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $]-7,7]$ a $f(x) \equiv 0$ per $|x| < 7$, $f(7) = \sqrt{2}$; converge uniformemente in ogni intervallo $[-a,a]$ con $0 < a < 7$.

6. $a_0 = 18$, $a_1 = 0$, $b_1 = \frac{48}{\pi}$, $b_2 = 0$.

7. $y(t) = \sqrt{\frac{e^{t^{15}}}{t^{14}}}$

8. $f(t,y) = 7(e^{\cos y} - 1)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali; $u = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Se $-\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{\pi}{2}$ soluzione u crescente; se $\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{3}{2}\pi$ soluzione u decrescente. Se $-\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{\pi}{2}$ la soluzione u è convessa per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 0$), concava per $t > t^*$. Se $\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{3}{2}\pi$ la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = \pi$), convessa per $t > t^*$. Per $-\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{\pi}{2}$, $u = -\frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$ e $u = \frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; per $\frac{\pi}{2} < y_0 < \frac{3}{2}\pi$, $u = \frac{3}{2}\pi$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; $u = \frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.
