ANALISI MATEMATICA II- 3 luglio 2013 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dalla metà del coefficiente di x nell'esercizio 7.

COMPITO 1

1. f è differenziabile in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$; f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$; f non è differenziabile in $(0,0)$.
2. $(0,0)$ punto di massimo relativo (si vede con il determinante hessiano); $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$ punti di minimo relativo (casi dubbi, ma confrontando le quote $\Delta(x,y) = (x^2+y^2)^2 - 2(x^2+y^2) + 1 \geq 0$).
3. 49π.
4. $\frac{2}{3}(4^{3/2} - 1) - \frac{3}{2}$
5. Conviene evidentemente un cambiamento di variabili di coordinate polari cilindriche; risulta $2\pi \log 2$.
6. La serie converge totalmente in $\mathbb{R}$.
7. $a_0 = \pi$, $a_n = 0$ se n è pari ≥ 2, $a_n = -\frac{4}{\pi n^2}$ se n è dispari; $b_n = (-1)^{n+1}\frac{2}{n}$.
8. $f(t,y) = e^{y-3}(y-2)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 2$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 2$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 2$ soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 \in \mathbb{R}$ e $u = 2$ è asintoto orizzontale; mentre per $y_0 < 2$ è illimitato anche a destra (vale la stima di sublinearità sulla soluzione $e^u \leq e^{y_0}$...); inoltre se $y_0 < 2$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 1$) e tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$. Se $y_0 > 2$, la soluzione u è convessa nel suo intervallo di esistenza.

COMPITO 2

1. f è differenziabile in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$; f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$; f non è differenziabile in $(0,0)$.
2. $(0,0)$ punto di massimo relativo (si vede con il determinante hessiano); $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 2\}$ punti di minimo relativo (casi dubbi, ma confrontando le quote $\Delta(x,y) = (x^2+y^2)^2 - 4(x^2+y^2) + 4 \geq 0$).
3. 36π.
4. $\frac{2}{3}(6^{3/2} - 1) - \frac{5}{2}$
5. Conviene evidentemente un cambiamento di variabili di coordinate polari cilindriche; risulta $2\pi \log 3$.
6. La serie converge totalmente in $\mathbb{R}$.
7. $a_0 = 2\pi$, $a_n = 0$ se n è pari ≥ 2, $a_n = -\frac{8}{\pi n^2}$ se n è dispari; $b_n = (-1)^{n+1}\frac{4}{n}$.
8. $f(t,y) = e^{y-4}(y-3)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 3$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 3$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 3$ soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 \in \mathbb{R}$ e $u = 3$ è asintoto orizzontale; mentre per $y_0 < 3$ è illimitato anche a destra (vale la stima di sublinearità sulla soluzione $e^u \leq e^{y_0}$...); inoltre se $y_0 < 3$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 2$) e tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$. Se $y_0 > 3$, la soluzione u è convessa nel suo intervallo di esistenza.

COMPITO 3

1. f è differenziabile in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$; f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$; f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $(0,0)$ punto di massimo relativo (si vede con il determinante hessiano); $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 3\}$ punti di minimo relativo (casi dubbi, ma confrontando le quote $\Delta(x,y) = (x^2+y^2)^2 - 6(x^2 + y^2) + 9 \geq 0$).

3. 25π.

4. $\frac{2}{3}(8^{3/2} - 1) - \frac{7}{2}$

5. Conviene evidentemente un cambiamento di variabili di coordinate polari cilindriche; risulta $2\pi \log 4$.

6. La serie converge totalmente in $\mathbb{R}$.

7. $a_0 = 3\pi$, $a_n = 0$ se n è pari ≥ 2, $a_n = -\frac{12}{\pi n^2}$ se n è dispari; $b_n = (-1)^{n+1}\frac{6}{n}$.

8. $f(t,y) = e^{y-5}(y-4)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 4$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 4$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 4$ soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 \in \mathbb{R}$ e $u = 4$ è asintoto orizzontale; mentre per $y_0 < 4$ è illimitato anche a destra (vale la stima di sublinearità sulla soluzione $e^u \leq e^{y_0}$...); inoltre se $y_0 < 4$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 3$) e tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$. Se $y_0 > 4$, la soluzione u è convessa nel suo intervallo di esistenza.

COMPITO 4

1. f è differenziabile in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$; f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$; f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $(0,0)$ punto di massimo relativo (si vede con il determinante hessiano); $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4\}$ punti di minimo relativo (casi dubbi, ma confrontando le quote $\Delta(x,y) = (x^2+y^2)^2 - 8(x^2 + y^2) + 16 \geq 0$).

3. 16π.

4. $\frac{2}{3}(10^{3/2} - 1) - \frac{9}{2}$

5. Conviene evidentemente un cambiamento di variabili di coordinate polari cilindriche; risulta $2\pi \log 5$.

6. La serie converge totalmente in $\mathbb{R}$.

7. $a_0 = 4\pi$, $a_n = 0$ se n è pari ≥ 2, $a_n = -\frac{16}{\pi n^2}$ se n è dispari; $b_n = (-1)^{n+1}\frac{8}{n}$.

8. $f(t,y) = e^{y-6}(y-5)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 5$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 5$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 5$ soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 \in \mathbb{R}$ e $u = 5$ è asintoto orizzontale; mentre per $y_0 < 5$ è illimitato anche a destra (vale la stima di sublinearità sulla soluzione $e^u \leq e^{y_0}$...); inoltre se $y_0 < 5$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 4$) e tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$. Se $y_0 > 5$, la soluzione u è convessa nel suo intervallo di esistenza.

COMPITO 5

1. f è differenziabile in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$; f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$; f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $(0,0)$ punto di massimo relativo (si vede con il determinante hessiano); $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 5\}$ punti di minimo relativo (casi dubbi, ma confrontando le quote $\Delta(x,y) = (x^2+y^2)^2 - 10(x^2+y^2) + 25 \geq 0$).

3. 9π.

4. $\frac{2}{3}(12^{3/2} - 1) - \frac{11}{2}$

5. Conviene evidentemente un cambiamento di variabili di coordinate polari cilindriche; risulta $2\pi \log 6$.

6. La serie converge totalmente in $\mathbb{R}$.

7. $a_0 = 5\pi$, $a_n = 0$ se n è pari ≥ 2, $a_n = -\frac{20}{\pi n^2}$ se n è dispari; $b_n = (-1)^{n+1}\frac{10}{n}$.

8. $f(t,y) = e^{y-7}(y-6)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 6$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 6$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 6$ soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 \in \mathbb{R}$ e $u = 6$ è asintoto orizzontale; mentre per $y_0 < 6$ è illimitato anche a destra (vale la stima di sublinearità sulla soluzione $e^u \leq e^{y_0}$...); inoltre se $y_0 < 6$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 5$) e tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$. Se $y_0 > 6$, la soluzione u è convessa nel suo intervallo di esistenza.

COMPITO 6

1. f è differenziabile in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$; f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$; f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $(0,0)$ punto di massimo relativo (si vede con il determinante hessiano); $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 6\}$ punti di minimo relativo (casi dubbi, ma confrontando le quote $\Delta(x,y) = (x^2+y^2)^2 - 12(x^2+y^2) + 36 \geq 0$).

3. 4π.

4. $\frac{2}{3}(14^{3/2} - 1) - \frac{13}{2}$

5. Conviene evidentemente un cambiamento di variabili di coordinate polari cilindriche; risulta $2\pi \log 7$.

6. La serie converge totalmente in $\mathbb{R}$.

7. $a_0 = 6\pi$, $a_n = 0$ se n è pari ≥ 2, $a_n = -\frac{24}{\pi n^2}$ se n è dispari; $b_n = (-1)^{n+1}\frac{12}{n}$.

8. $f(t,y) = e^{y-8}(y-7)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 7$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 7$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 7$ soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 \in \mathbb{R}$ e $u = 7$ è asintoto orizzontale; mentre per $y_0 < 7$ è illimitato anche a destra (vale la stima di sublinearità sulla soluzione $e^u \leq e^{y_0}$...); inoltre se $y_0 < 7$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 6$) e tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$. Se $y_0 > 7$, la soluzione u è convessa nel suo intervallo di esistenza.
