ANALISI MATEMATICA II- 3 SETTEMBRE 2014 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dall'intero sottratto a β nell'esercizio 6.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$, ma $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste, quindi non è differenziabile in $(0,0)$.
2. $(0,0)$, $(-1,0)$, $(1,0)$ sono gli unici punti stazionari e sono tutti punti di sella.
3. $1/2$
4. 2
5. Per $\alpha < 0$ f_n converge puntualmente ed uniformemente a $f(x) = 0$ in $I = [0,7]$; per $\alpha = 0$ f_n converge (solo) puntualmente in $I = [0,7]$ a $f(x) = 0$ per $0 \leq x < 7$, $f(7) = 1$ e converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0 < b < 7$; per $\alpha > 0$ f_n converge (solo) puntualmente in $I = [0,7[$ a $f(x) = 0$ e converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0 < b < 7$.
6. raggio 7 se $\beta = 1$ (e converge uniformemente in $[0,b]$ con $0 < b < 14$), ∞ se $\beta > 1$, 0 se $\beta < 1$. Ponendo $t = \frac{x-7}{7}$, applicando, ad esempio, il teorema di integrazione per serie $s(t) = e^t - 1$.
7. $a_0 = 3\left(1 - \frac{2}{\pi}\right)$, $a_1 = 3(\frac{2}{\pi} - \frac{1}{2})$, $b_1 = 0$, $S(\frac{5}{2}\pi) = \frac{3}{2}$.
8. $f(t,y) = \frac{1}{y^2+2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali. Non ci sono soluzioni stazionarie. Le soluzioni u sono sempre monotone crescenti, concave per $t > t^*$ (con $u(t^*) = 0$) convesse per $t < t^*$. Poiché l'intervallo massimale di esistenza è tutto $\mathbb{R}$, non ci sono asintoti verticali. Poiché $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = \pm\infty$ non ci sono asintoti orizzontali. Non ci sono nemmeno asintoti obliqui, perché $\lim_{t\to\pm\infty} u(t)/t = \lim_{t\to\pm\infty} u'(t) = 0$ (comportamento deducibile anche dalla concavità).

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$, ma $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste, quindi non è differenziabile in $(0,0)$.
2. $(0,0)$, $(-1,0)$, $(1,0)$ sono gli unici punti stazionari e sono tutti punti di sella.
3. $1/3$
4. 3
5. Per $\alpha < 0$ f_n converge puntualmente ed uniformemente a $f(x) = 0$ in $I = [0,6]$; per $\alpha = 0$ f_n converge (solo) puntualmente in $I = [0,6]$ a $f(x) = 0$ per $0 \leq x < 6$, $f(6) = 1$ e converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0 < b < 6$; per $\alpha > 0$ f_n converge (solo) puntualmente in $I = [0,6[$ a $f(x) = 0$ e converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0 < b < 6$.
6. raggio 6 se $\beta = 2$ (e converge uniformemente in $[0,b]$ con $0 < b < 12$), ∞ se $\beta > 2$, 0 se $\beta < 2$. Ponendo $t = \frac{x-6}{6}$, applicando, ad esempio, il teorema di integrazione per serie $s(t) = e^t - 1$.
7. $a_0 = 5\left(1 - \frac{2}{\pi}\right)$, $a_1 = 5(\frac{2}{\pi} - \frac{1}{2})$, $b_1 = 0$, $S(\frac{5}{2}\pi) = \frac{5}{2}$.
8. $f(t,y) = \frac{1}{y^2+3}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali. Non ci sono soluzioni stazionarie. Le soluzioni u sono sempre monotone crescenti, concave per $t > t^*$ (con $u(t^*) = 0$) convesse per $t < t^*$. Poiché l'intervallo massimale di esistenza è tutto $\mathbb{R}$, non ci sono asintoti verticali. Poiché $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = \pm\infty$ non ci sono asintoti orizzontali. Non ci sono nemmeno asintoti obliqui, perché $\lim_{t\to\pm\infty} u(t)/t = \lim_{t\to\pm\infty} u'(t) = 0$ (comportamento deducibile anche dalla concavità).

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$, ma $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste, quindi non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $(0,0)$, $(-1,0)$, $(1,0)$ sono gli unici punti stazionari e sono tutti punti di sella.

3. $1/4$

4. 4

5. Per $\alpha<0$ f_n converge puntualmente ed uniformemente a $f(x)=0$ in $I=[0,5]$; per $\alpha=0$ f_n converge (solo) puntualmente in $I=[0,5]$ a $f(x)=0$ per $0\le x<5$, $f(5)=1$ e converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0<b<5$; per $\alpha>0$ f_n converge (solo) puntualmente in $I=[0,5[$ a $f(x)=0$ e converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0<b<5$.

6. raggio 5 se $\beta=3$ (e converge uniformemente in $[0,b]$ con $0<b<10$), ∞ se $\beta>3$, 0 se $\beta<3$. Ponendo $t=\frac{x-5}{5}$, applicando, ad esempio, il teorema di integrazione per serie $s(t)=e^t-1$.

7. $a_0=7\left(1-\frac{2}{\pi}\right)$, $a_1=7(\frac{2}{\pi}-\frac{1}{2})$, $b_1=0$, $S(\frac{5}{2}\pi)=\frac{7}{2}$.

8. $f(t,y)=\frac{1}{y^2+4}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali. Non ci sono soluzioni stazionarie. Le soluzioni u sono sempre monotone crescenti, concave per $t>t^*$ (con $u(t^*)=0$) convesse per $t<t^*$. Poiché l'intervallo massimale di esistenza è tutto $\mathbb{R}$, non ci sono asintoti verticali. Poiché $\lim_{t\to\pm\infty}u(t)=\pm\infty$ non ci sono asintoti orizzontali. Non ci sono nemmeno asintoti obliqui, perché $\lim_{t\to\pm\infty}u(t)/t=\lim_{t\to\pm\infty}u'(t)=0$ (comportamento deducibile anche dalla concavità).

COMPITO 4

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$, ma $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste, quindi non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $(0,0)$, $(-1,0)$, $(1,0)$ sono gli unici punti stazionari e sono tutti punti di sella.

3. $1/5$

4. 5

5. Per $\alpha<0$ f_n converge puntualmente ed uniformemente a $f(x)=0$ in $I=[0,4]$; per $\alpha=0$ f_n converge (solo) puntualmente in $I=[0,4]$ a $f(x)=0$ per $0\le x<4$, $f(4)=1$ e converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0<b<4$; per $\alpha>0$ f_n converge (solo) puntualmente in $I=[0,4[$ a $f(x)=0$ e converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0<b<4$.

6. raggio 4 se $\beta=4$ (e converge uniformemente in $[0,b]$ con $0<b<8$), ∞ se $\beta>4$, 0 se $\beta<4$. Ponendo $t=\frac{x-4}{4}$, applicando, ad esempio, il teorema di integrazione per serie $s(t)=e^t-1$.

7. $a_0=9\left(1-\frac{2}{\pi}\right)$, $a_1=9(\frac{2}{\pi}-\frac{1}{2})$, $b_1=0$, $S(\frac{5}{2}\pi)=\frac{9}{2}$.

8. $f(t,y)=\frac{1}{y^2+5}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali. Non ci sono soluzioni stazionarie. Le soluzioni u sono sempre monotone crescenti, concave per $t>t^*$ (con $u(t^*)=0$) convesse per $t<t^*$. Poiché l'intervallo massimale di esistenza è tutto $\mathbb{R}$, non ci sono asintoti verticali. Poiché $\lim_{t\to\pm\infty}u(t)=\pm\infty$ non ci sono asintoti orizzontali. Non ci sono nemmeno asintoti obliqui, perché $\lim_{t\to\pm\infty}u(t)/t=\lim_{t\to\pm\infty}u'(t)=0$ (comportamento deducibile anche dalla concavità).

COMPITO 5

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$, ma $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste, quindi non è differenziabile in $(0,0)$.
2. $(0,0)$, $(-1,0)$, $(1,0)$ sono gli unici punti stazionari e sono tutti punti di sella.
3. $1/6$
4. 6
5. Per $\alpha<0$ f_n converge puntualmente ed uniformemente a $f(x)=0$ in $I=[0,3]$; per $\alpha=0$ f_n converge (solo) puntualmente in $I=[0,3]$ a $f(x)=0$ per $0\le x<3$, $f(3)=1$ e converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0<b<3$; per $\alpha>0$ f_n converge (solo) puntualmente in $I=[0,3[$ a $f(x)=0$ e converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0<b<3$.
6. raggio 3 se $\beta=5$ (e converge uniformemente in $[0,b]$ con $0<b<6$), ∞ se $\beta>5$, 0 se $\beta<5$. Ponendo $t=\frac{x-3}{3}$, applicando, ad esempio, il teorema di integrazione per serie $s(t)=e^t-1$.
7. $a_0=11\left(1-\frac{2}{\pi}\right)$, $a_1=11(\frac{2}{\pi}-\frac{1}{2})$, $b_1=0$, $S(\frac{5}{2}\pi)=\frac{11}{2}$.
8. $f(t,y)=\frac{1}{y^2+6}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali. Non ci sono soluzioni stazionarie. Le soluzioni u sono sempre monotone crescenti, concave per $t>t^*$ (con $u(t^*)=0$) convesse per $t<t^*$. Poiché l'intervallo massimale di esistenza è tutto $\mathbb{R}$, non ci sono asintoti verticali. Poiché $\lim_{t\to\pm\infty}u(t)=\pm\infty$ non ci sono asintoti orizzontali. Non ci sono nemmeno asintoti obliqui, perché $\lim_{t\to\pm\infty}u(t)/t=\lim_{t\to\pm\infty}u'(t)=0$ (comportamento deducibile anche dalla concavità).

COMPITO 6

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$, ma $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste, quindi non è differenziabile in $(0,0)$.
2. $(0,0)$, $(-1,0)$, $(1,0)$ sono gli unici punti stazionari e sono tutti punti di sella.
3. $1/7$
4. 7
5. Per $\alpha<0$ f_n converge puntualmente ed uniformemente a $f(x)=0$ in $I=[0,2]$; per $\alpha=0$ f_n converge (solo) puntualmente in $I=[0,2]$ a $f(x)=0$ per $0\le x<2$, $f(2)=1$ e converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0<b<2$; per $\alpha>0$ f_n converge (solo) puntualmente in $I=[0,2[$ a $f(x)=0$ e converge uniformemente in ogni intervallo $[0,b]$ con $0<b<2$.
6. raggio 2 se $\beta=6$ (e converge uniformemente in $[0,b]$ con $0<b<4$), ∞ se $\beta>6$, 0 se $\beta<6$. Ponendo $t=\frac{x-2}{2}$, applicando, ad esempio, il teorema di integrazione per serie $s(t)=e^t-1$.
7. $a_0=13\left(1-\frac{2}{\pi}\right)$, $a_1=13(\frac{2}{\pi}-\frac{1}{2})$, $b_1=0$, $S(\frac{5}{2}\pi)=\frac{13}{2}$.
8. $f(t,y)=\frac{1}{y^2+7}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali. Non ci sono soluzioni stazionarie. Le soluzioni u sono sempre monotone crescenti, concave per $t>t^*$ (con $u(t^*)=0$) convesse per $t<t^*$. Poiché l'intervallo massimale di esistenza è tutto $\mathbb{R}$, non ci sono asintoti verticali. Poiché $\lim_{t\to\pm\infty}u(t)=\pm\infty$ non ci sono asintoti orizzontali. Non ci sono nemmeno asintoti obliqui, perché $\lim_{t\to\pm\infty}u(t)/t=\lim_{t\to\pm\infty}u'(t)=0$ (comportamento deducibile anche dalla concavità).
