ANALISI MATEMATICA II- 4 settembre 2013 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dall'intero sottratto ad x nell'esponente di e nell'esercizio 6.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$ se $\alpha > 2$; se $\alpha > 3$ $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 0$; se $\alpha = 3$ $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 7v_1^3$; se $\alpha < 3$ $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ e non esiste $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)$ se $v_1 \neq 0$.
2. $(0,y)$, $y \in \mathbb{R}$ sono punti stazionari; sono tutti di minimo relativo, eccetto $(0,0)$ che è di sella.
3. 4.
4. $\dfrac{2^3-1}{2^3}$.
5. 14π
6. La serie converge puntualmente in I, dove
$$I = \begin{cases}]-\infty, 1[\,, & \text{se } 0 \le \beta \le 1\,, \\ ]-\infty, 1]\,, & \text{se } \beta > 1\,. \end{cases}$$
Inoltre, per $0 \le \beta \le 1$ la serie converge totalmente in ogni intervallo del tipo $]-\infty, a]$, per ogni $a < 1$; per $\beta > 1$ la serie converge totalmente in $]-\infty, 1]$. Riguardo al calcolo della somma della serie nel caso $\beta = 1$, si ottiene per $x \in]-\infty, 1[$
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{(n+1)(x-1)}}{n} = -e^{x-1}\log\left(1-e^{x-1}\right)\,.$$
Tutte le conclusioni ottenute si possono ritrovare riducendosi allo studio di una serie di potenze attraverso il cambio di variabile $t = e^{x-1}$.
7. $f(t,y) = \frac{y^2-4}{4t+4}$ è $C^1(]-1,+\infty[\times\mathbb{R})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 2$ soluzioni stazionarie; se $|y_0| < 2$ soluzione u decrescente; se $|y_0| > 2$, soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra per $y_0 \le 2$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione) mentre per $y_0 > 2$ potrebbe essere limitato anche a destra; inoltre se $y_0 < -2$, la soluzione u è concava nel suo intervallo di esistenza; se $y_0 > -2$, la soluzione u è convessa nel suo intervallo di esistenza.
8. $u(t) = 2\dfrac{t+4}{2-t}$ definita in $]-1,2[$, quindi con intervallo di esistenza limitato anche a destra.

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$ se $\alpha > 2$; se $\alpha > 3$ $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 0$; se $\alpha = 3$ $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 6v_1^3$; se $\alpha < 3$ $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ e non esiste $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)$ se $v_1 \neq 0$.
2. $(0,y)$, $y \in \mathbb{R}$ sono punti stazionari; sono tutti di minimo relativo, eccetto $(0,0)$ che è di sella.
3. 5.
4. $\dfrac{2^5-1}{2^5}$.
5. 12π

6. La serie converge puntualmente in I, dove

$$I = \begin{cases}]-\infty, 2[\,, & \text{se } 0 \le \beta \le 1\,, \\ ]-\infty, 2]\,, & \text{se } \beta > 1\,. \end{cases}$$

Inoltre, per $0 \le \beta \le 1$ la serie converge totalmente in ogni intervallo del tipo $]-\infty, a]$, per ogni $a < 2$; per $\beta > 1$ la serie converge totalmente in $]-\infty, 2]$. Riguardo al calcolo della somma della serie nel caso $\beta = 1$, si ottiene per $x \in]-\infty, 2[$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{(n+1)(x-2)}}{n} = -e^{x-2} \log\left(1 - e^{x-2}\right)\,.$$

Tutte le conclusioni ottenute si possono ritrovare riducendosi allo studio di una serie di potenze attraverso il cambio di variabile $t = e^{x-2}$.

7. $f(t,y) = \frac{y^2-9}{6t+6}$ è $C^1(]-1,+\infty[\times\mathbb{R})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 3$ soluzioni stazionarie; se $|y_0| < 3$ soluzione u decrescente; se $|y_0| > 3$, soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra per $y_0 \le 3$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione) mentre per $y_0 > 3$ potrebbe essere limitato anche a destra; inoltre se $y_0 < -3$, la soluzione u è concava nel suo intervallo di esistenza; se $y_0 > -3$, la soluzione u è convessa nel suo intervallo di esistenza.

8. $u(t) = 3\dfrac{t+4}{2-t}$ definita in $]-1, 2[$, quindi con intervallo di esistenza limitato anche a destra.

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$ se $\alpha > 2$; se $\alpha > 3$ $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 0$; se $\alpha = 3$ $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 5v_1^3$; se $\alpha < 3$ $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ e non esiste $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)$ se $v_1 \neq 0$.

2. $(0,y)$, $y \in \mathbb{R}$ sono punti stazionari; sono tutti di minimo relativo, eccetto $(0,0)$ che è di sella.

3. 6.

4. $\dfrac{2^7-1}{2^7}$.

5. 10π

6. La serie converge puntualmente in I, dove

$$I = \begin{cases}]-\infty, 3[\,, & \text{se } 0 \le \beta \le 1\,, \\ ]-\infty, 3]\,, & \text{se } \beta > 1\,. \end{cases}$$

Inoltre, per $0 \le \beta \le 1$ la serie converge totalmente in ogni intervallo del tipo $]-\infty, a]$, per ogni $a < 3$; per $\beta > 1$ la serie converge totalmente in $]-\infty, 3]$. Riguardo al calcolo della somma della serie nel caso $\beta = 1$, si ottiene per $x \in]-\infty, 3[$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{(n+1)(x-3)}}{n} = -e^{x-3} \log\left(1 - e^{x-3}\right)\,.$$

Tutte le conclusioni ottenute si possono ritrovare riducendosi allo studio di una serie di potenze attraverso il cambio di variabile $t = e^{x-3}$.

7. $f(t,y)=\frac{y^2-16}{8t+8}$ è $C^1(]-1,+\infty[\times\mathbb{R})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u=\pm 4$ soluzioni stazionarie; se $|y_0|<4$ soluzione u decrescente; se $|y_0|>4$, soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra per $y_0\leq 4$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione) mentre per $y_0>4$ potrebbe essere limitato anche a destra; inoltre se $y_0<-4$, la soluzione u è concava nel suo intervallo di esistenza; se $y_0>-4$, la soluzione u è convessa nel suo intervallo di esistenza.

8. $u(t)=4\dfrac{t+4}{2-t}$ definita in $]-1,2[$, quindi con intervallo di esistenza limitato anche a destra.

COMPITO 4

1. f è continua in $(0,0)$ se $\alpha>2$; se $\alpha>3$ $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)=0$; se $\alpha=3$ $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)=4v_1^3$; se $\alpha<3$ $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$ e non esiste $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)$ se $v_1\neq 0$.

2. $(0,y)$, $y\in\mathbb{R}$ sono punti stazionari; sono tutti di minimo relativo, eccetto $(0,0)$ che è di sella.

3. 7.

4. $\dfrac{2^9-1}{2^9}$.

5. 8π

6. La serie converge puntualmente in I, dove
$$I=\begin{cases}]-\infty,4[\,, & \text{se } 0\leq\beta\leq 1\,,\\ ]-\infty,4]\,, & \text{se } \beta>1\,. \end{cases}$$
Inoltre, per $0\leq\beta\leq 1$ la serie converge totalmente in ogni intervallo del tipo $]-\infty,a]$, per ogni $a<4$; per $\beta>1$ la serie converge totalmente in $]-\infty,4]$. Riguardo al calcolo della somma della serie nel caso $\beta=1$, si ottiene per $x\in]-\infty,4[$
$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{e^{(n+1)(x-4)}}{n}=-e^{x-4}\log\left(1-e^{x-4}\right)\,.$$
Tutte le conclusioni ottenute si possono ritrovare riducendosi allo studio di una serie di potenze attraverso il cambio di variabile $t=e^{x-4}$.

7. $f(t,y)=\frac{y^2-25}{10t+10}$ è $C^1(]-1,+\infty[\times\mathbb{R})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u=\pm 5$ soluzioni stazionarie; se $|y_0|<5$ soluzione u decrescente; se $|y_0|>5$, soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra per $y_0\leq 5$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione) mentre per $y_0>5$ potrebbe essere limitato anche a destra; inoltre se $y_0<-5$, la soluzione u è concava nel suo intervallo di esistenza; se $y_0>-5$, la soluzione u è convessa nel suo intervallo di esistenza.

8. $u(t)=5\dfrac{t+4}{2-t}$ definita in $]-1,2[$, quindi con intervallo di esistenza limitato anche a destra.

COMPITO 5

1. f è continua in $(0,0)$ se $\alpha>2$; se $\alpha>3$ $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)=0$; se $\alpha=3$ $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)=3v_1^3$; se $\alpha<3$ $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$ e non esiste $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)$ se $v_1\neq 0$.

2. $(0,y)$, $y\in\mathbb{R}$ sono punti stazionari; sono tutti di minimo relativo, eccetto $(0,0)$ che è di sella.

3. 8.

4. $\dfrac{2^{11}-1}{2^{11}}$.

5. 6π

6. La serie converge puntualmente in I, dove

$$I = \begin{cases}]-\infty, 5[\,, & \text{se } 0 \le \beta \le 1\,, \\ ]-\infty, 5]\,, & \text{se } \beta > 1\,. \end{cases}$$

Inoltre, per $0 \le \beta \le 1$ la serie converge totalmente in ogni intervallo del tipo $]-\infty, a]$, per ogni $a < 5$; per $\beta > 1$ la serie converge totalmente in $]-\infty, 5]$. Riguardo al calcolo della somma della serie nel caso $\beta = 1$, si ottiene per $x \in]-\infty, 5[$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{(n+1)(x-5)}}{n} = -e^{x-5} \log\left(1 - e^{x-5}\right)\,.$$

Tutte le conclusioni ottenute si possono ritrovare riducendosi allo studio di una serie di potenze attraverso il cambio di variabile $t = e^{x-5}$.

7. $f(t,y) = \frac{y^2-36}{12t+12}$ è $C^1(]-1,+\infty[\times\mathbb{R})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 6$ soluzioni stazionarie; se $|y_0| < 6$ soluzione u decrescente; se $|y_0| > 6$, soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra per $y_0 \le 6$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione) mentre per $y_0 > 6$ potrebbe essere limitato anche a destra; inoltre se $y_0 < -6$, la soluzione u è concava nel suo intervallo di esistenza; se $y_0 > -6$, la soluzione u è convessa nel suo intervallo di esistenza.

8. $u(t) = 6\dfrac{t+4}{2-t}$ definita in $]-1, 2[$, quindi con intervallo di esistenza limitato anche a destra.

COMPITO 6

1. f è continua in $(0,0)$ se $\alpha > 2$; se $\alpha > 3$ $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 0$; se $\alpha = 3$ $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 2v_1^3$; se $\alpha < 3$ $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ e non esiste $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)$ se $v_1 \neq 0$.

2. $(0,y)$, $y \in \mathbb{R}$ sono punti stazionari; sono tutti di minimo relativo, eccetto $(0,0)$ che è di sella.

3. 9.

4. $\dfrac{2^{13}-1}{2^{13}}$.

5. 4π

6. La serie converge puntualmente in I, dove

$$I = \begin{cases}]-\infty, 6[\,, & \text{se } 0 \le \beta \le 1\,, \\ ]-\infty, 6]\,, & \text{se } \beta > 1\,. \end{cases}$$

Inoltre, per $0 \le \beta \le 1$ la serie converge totalmente in ogni intervallo del tipo $]-\infty, a]$, per ogni $a < 6$; per $\beta > 1$ la serie converge totalmente in $]-\infty, 6]$. Riguardo al calcolo della somma della serie nel caso $\beta = 1$, si ottiene per $x \in]-\infty, 6[$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{(n+1)(x-6)}}{n} = -e^{x-6} \log\left(1 - e^{x-6}\right)\,.$$

Tutte le conclusioni ottenute si possono ritrovare riducendosi allo studio di una serie di potenze attraverso il cambio di variabile $t = e^{x-6}$.

7. $f(t,y) = \frac{y^2-49}{14t+14}$ è $C^1(]-1,+\infty[\times\mathbb{R})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 7$ soluzioni stazionarie; se $|y_0| < 7$ soluzione u decrescente; se $|y_0| > 7$, soluzione u crescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra per $y_0 \leq 7$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione) mentre per $y_0 > 7$ potrebbe essere limitato anche a destra; inoltre se $y_0 < -7$, la soluzione u è concava nel suo intervallo di esistenza; se $y_0 > -7$, la soluzione u è convessa nel suo intervallo di esistenza.

8. $u(t) = 7\dfrac{t+4}{2-t}$ definita in $]-1,2[$, quindi con intervallo di esistenza limitato anche a destra.
