ANALISI MATEMATICA II- 4 settembre 2018 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dall'ascissa del punto B dell'esercizio 3.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$ per $\alpha > 1/3$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha > 1/2$, non esistono per ogni $\alpha \leq 1/2$. f è differenziabile in $(0,0)$ se solo se $\alpha > 1/2$.
2. $m = -e^3$ assunto in $(-1,2)$ e $M = 0$ assunto sugli assi.
3. 1
4. $\frac{11}{30}$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0, \log\frac{3}{2}]$ a f con $f(x) = 0$ se $0 \leq x < \log\frac{3}{2}$ e $f(x) = 1$ se $x = \log\frac{3}{2}$. Converge uniformemente in $[0,b]$ (con $0 < b < \log\frac{3}{2}$).
6. Converge banalmente in $x = 0$ per ogni $\beta \in \mathbb{R}$. Se $\beta < 1$, la serie non converge in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Per $\beta \geq 1$ la serie converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ ma totalmente solo negli intervalli limitati.
7. $a_0 = \frac{6}{\pi}$, $a_1 = \frac{3}{\pi}$, $b_1 = 0$, $S(\frac{\pi}{2}) = \frac{3}{2}$. Converge puntualmente, ma non uniformemente in$\mathbb{R}$; $S(4\pi) = 0$, $S(\frac{5}{2}\pi) = \frac{3}{2}$, $S(3\pi) = 0$.
8. $f(t,y) = t^2(1 - 2e^{-y})$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non sublineare, quindi esistenza ed unicità solo locali ; $u = \log 2$ soluzione stazionaria; se $y_0 > \log 2$, soluzione u crescente; se $y_0 < \log 2$ soluzione u decrescente. In base alla monotonia la soluzione può essere prolungata a sinistra per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$ e $\lim_{t\to-\infty} u(t) = \log 2$. Se $y_0 > \log 2$, può essere prolungata anche a destra.

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$ per $\alpha > 1/3$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha > 1/2$, non esistono per ogni $\alpha \leq 1/2$. f è differenziabile in $(0,0)$ se solo se $\alpha > 1/2$.
2. $m = -8e^6$ assunto in $(-2,4)$ e $M = 0$ assunto sugli assi.
3. 4
4. $\frac{11}{20}$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0, \log\frac{5}{3}]$ a f con $f(x) = 0$ se $0 \leq x < \log\frac{5}{3}$ e $f(x) = 1$ se $x = \log\frac{5}{3}$. Converge uniformemente in $[0,b]$ (con $0 < b < \log\frac{5}{3}$).
6. Converge banalmente in $x = 0$ per ogni $\beta \in \mathbb{R}$. Se $\beta < 2$, la serie non converge in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Per $\beta \geq 2$ la serie converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ ma totalmente solo negli intervalli limitati.
7. $a_0 = \frac{10}{\pi}$, $a_1 = \frac{5}{\pi}$, $b_1 = 0$, $S(\frac{\pi}{2}) = \frac{5}{2}$. Converge puntualmente, ma non uniformemente in$\mathbb{R}$; $S(8\pi) = 0$, $S(\frac{5}{2}\pi) = \frac{5}{2}$, $S(5\pi) = 0$.
8. $f(t,y) = t^2(1 - 3e^{-y})$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non sublineare, quindi esistenza ed unicità solo locali ; $u = \log 3$ soluzione stazionaria; se $y_0 > \log 3$, soluzione u crescente; se $y_0 < \log 3$ soluzione u decrescente. In base alla monotonia la soluzione può essere prolungata a sinistra per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$ e $\lim_{t\to-\infty} u(t) = \log 3$. Se $y_0 > \log 3$, può essere prolungata anche a destra.

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$ per $\alpha > 1/3$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha > 1/2$, non esistono per ogni $\alpha \leq 1/2$. f è differenziabile in $(0,0)$ se solo se $\alpha > 1/2$.

2. $m = -27e^9$ assunto in $(-3,6)$ e $M = 0$ assunto sugli assi.

3. 9

4. $\frac{11}{15}$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0, \log\frac{7}{4}]$ a f con $f(x) = 0$ se $0 \leq x < \log\frac{7}{4}$ e $f(x) = 1$ se $x = \log\frac{7}{4}$. Converge uniformemente in $[0,b]$ (con $0 < b < \log\frac{7}{4}$).

6. Converge banalmente in $x = 0$ per ogni $\beta \in \mathbb{R}$. Se $\beta < 3$, la serie non converge in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Per $\beta \geq 3$ la serie converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ ma totalmente solo negli intervalli limitati.

7. $a_0 = \frac{14}{\pi}$, $a_1 = \frac{7}{\pi}$, $b_1 = 0$, $S(\frac{\pi}{2}) = \frac{7}{2}$. Converge puntualmente, ma non uniformemente in$\mathbb{R}$; $S(12\pi) = 0$, $S(\frac{5}{2}\pi) = \frac{7}{2}$, $S(7\pi) = 0$.

8. $f(t,y) = t^2(1 - 4e^{-y})$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non sublineare, quindi esistenza ed unicità solo locali ; $u = \log 4$ soluzione stazionaria; se $y_0 > \log 4$, soluzione u crescente; se $y_0 < \log 4$ soluzione u decrescente. In base alla monotonia la soluzione può essere prolungata a sinistra per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$ e $\lim_{t\to-\infty} u(t) = \log 4$. Se $y_0 > \log 4$, può essere prolungata anche a destra.