ANALISI MATEMATICA II- 5 febbraio 2010.

Il numero del compito è dato dal dato di Cauchy dell'esercizio 7.

COMPITO 1

1. $\alpha > \frac{1}{7}$.
2. $m = 0$ sui punti della retta di equazione $y = 2x$, non ammette massimo assoluto.
3. $A = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$, $\beta = 6$; integrando da A a B sull'asse delle ascisse si ottiene $2(\cos 1 - \cos 9)$.
4. -4π
5. $r = 7$, converge uniformemente in $[-7, 7]$ per il teorema di Abel, $f(x) = \frac{x^2}{49} - \log(1 + \frac{x^2}{49})$.
6. $\left(1 + \frac{1}{\sqrt{t+1}}\right) y \arctan(y + 2)$ è C^∞ in $]-1, +\infty[\times\mathbb{R} \Rightarrow \exists!$ sol. locale $\forall\, y_0 \in \mathbb{R}$; sublineare, quindi esistenza globale su $I =]-1, +\infty[$. Sol. stazionarie: $y = 0$, $y = -2$. Per $y_0 > 0$ soluzione u crescente in I e $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$; per $-2 < y_0 < 0$: u decrescente $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -2$; per $y_0 < -2$: u crescente $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -2$.
7. $y(t) = t\sqrt{2t - 1}$.
8. 4.

COMPITO 2

1. $\alpha > \frac{1}{6}$.
2. $m = 0$ sui punti della retta di equazione $y = 3x$, non ammette massimo assoluto.
3. $A = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$, $\beta = 9$; integrando da A a B sull'asse delle ascisse si ottiene $3(\cos 1 - \cos 9)$.
4. -6π
5. $r = 6$, converge uniformemente in $[-6, 6]$ per il teorema di Abel, $f(x) = \frac{x^2}{36} - \log(1 + \frac{x^2}{36})$.
6. $\left(1 + \frac{1}{\sqrt{t+1}}\right) y \arctan(y + 3)$ è C^∞ in $]-1, +\infty[\times\mathbb{R} \Rightarrow \exists!$ sol. locale $\forall\, y_0 \in \mathbb{R}$; sublineare, quindi esistenza globale su $I =]-1, +\infty[$. Sol. stazionarie: $y = 0$, $y = -3$. Per $y_0 > 0$ soluzione u crescente in I e $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$; per $-3 < y_0 < 0$: u decrescente $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -3$; per $y_0 < -3$: u crescente $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -3$.
7. $y(t) = t\sqrt{5t - 1}$.
8. 8.

COMPITO 3

1. $\alpha > \frac{1}{5}$.
2. $m = 0$ sui punti della retta di equazione $y = 4x$, non ammette massimo assoluto.
3. $A = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$, $\beta = 12$; integrando da A a B sull'asse delle ascisse si ottiene $4(\cos 1 - \cos 9)$.
4. -8π

5. $r = 5$, converge uniformemente in $[-5, 5]$ per il teorema di Abel, $f(x) = \frac{x^2}{25} - \log(1 + \frac{x^2}{25})$.

6. $\left(1 + \frac{1}{\sqrt{t+1}}\right) y \arctan(y + 4)$ è C^∞ in $]-1, +\infty[\times\mathbb{R} \Rightarrow \exists!$ sol. locale $\forall y_0 \in \mathbb{R}$; sublineare, quindi esistenza globale su $I =]-1, +\infty[$. Sol. stazionarie: $y = 0$, $y = -4$. Per $y_0 > 0$ soluzione u crescente in I e $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$; per $-4 < y_0 < 0$: u decrescente $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -4$; per $y_0 < -4$: u crescente $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -4$.

7. $y(t) = t\sqrt{10t - 1}$.

8. 12.

COMPITO 4

1. $\alpha > \frac{1}{4}$.

2. $m = 0$ sui punti della retta di equazione $y = 5x$, non ammette massimo assoluto.

3. $A = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$, $\beta = 15$; integrando da A a B sull'asse delle ascisse si ottiene $5(\cos 1 - \cos 9)$.

4. -10π

5. $r = 4$, converge uniformemente in $[-4, 4]$ per il teorema di Abel, $f(x) = \frac{x^2}{16} - \log(1 + \frac{x^2}{16})$.

6. $\left(1 + \frac{1}{\sqrt{t+1}}\right) y \arctan(y + 5)$ è C^∞ in $]-1, +\infty[\times\mathbb{R} \Rightarrow \exists!$ sol. locale $\forall y_0 \in \mathbb{R}$; sublineare, quindi esistenza globale su $I =]-1, +\infty[$. Sol. stazionarie: $y = 0$, $y = -5$. Per $y_0 > 0$ soluzione u crescente in I e $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$; per $-5 < y_0 < 0$: u decrescente $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -5$; per $y_0 < -5$: u crescente $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -5$.

7. $y(t) = t\sqrt{17t - 1}$.

8. 16.

COMPITO 5

1. $\alpha > \frac{1}{3}$.

2. $m = 0$ sui punti della retta di equazione $y = 6x$, non ammette massimo assoluto.

3. $A = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$, $\beta = 18$; integrando da A a B sull'asse delle ascisse si ottiene $6(\cos 1 - \cos 9)$.

4. -12π

5. $r = 3$, converge uniformemente in $[-3, 3]$ per il teorema di Abel, $f(x) = \frac{x^2}{9} - \log(1 + \frac{x^2}{9})$.

6. $\left(1 + \frac{1}{\sqrt{t+1}}\right) y \arctan(y + 6)$ è C^∞ in $]-1, +\infty[\times\mathbb{R} \Rightarrow \exists!$ sol. locale $\forall y_0 \in \mathbb{R}$; sublineare, quindi esistenza globale su $I =]-1, +\infty[$. Sol. stazionarie: $y = 0$, $y = -6$. Per $y_0 > 0$ soluzione u crescente in I e $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$; per $-6 < y_0 < 0$: u decrescente $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -6$; per $y_0 < -6$: u crescente $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -6$.

7. $y(t) = t\sqrt{26t - 1}$.

8. 20.

COMPITO 6

1. $\alpha > \frac{1}{2}$.

2. $m = 0$ sui punti della retta di equazione $y = 7x$, non ammette massimo assoluto.

3. $A = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$, $\beta = 21$; integrando da A a B sull'asse delle ascisse si ottiene $7(\cos 1 - \cos 9)$.

4. -14π

5. $r = 2$, converge uniformemente in $[-2, 2]$ per il teorema di Abel, $f(x) = \frac{x^2}{4} - \log(1 + \frac{x^2}{4})$.

6. $\left(1 + \frac{1}{\sqrt{t+1}}\right) y \arctan(y + 7)$ è C^∞ in $]-1, +\infty[\times\mathbb{R} \Rightarrow \exists!$ sol. locale $\forall\, y_0 \in \mathbb{R}$; sublineare, quindi esistenza globale su $I =]-1, +\infty[$. Sol. stazionarie: $y = 0$, $y = -7$. Per $y_0 > 0$ soluzione u crescente in I e $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$; per $-7 < y_0 < 0$: u decrescente $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -7$; per $y_0 < -7$: u crescente $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -7$.

7. $y(t) = t\sqrt{37t - 1}$.

8. 24.