ANALISI MATEMATICA II- 6 febbraio 2013 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dal numeratore del coefficiente di xy nell'esercizio 4.

COMPITO 1

1. A è un trapezio isoscele di vertici $(1,2)$, $(-1,2)$, $(-2,-2)$, $(2,-2)$.
2. $m = 0$ assunto su $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = y\,, 0 \le x \le 1\}$ e $M = 3^3$ assunto in $(-1,2)$.
3. $2(1 - \frac{\pi}{4})$.
4. Si applica il teorema di Green alla semicorona circolare D; calcolando $\iint_D -\frac{3}{7}y\,dxdy$, risulta -2
5. Si ha convergenza uniforme su $[-2,2]$ alla funzione $f \equiv 0$.
6. La serie converge puntualmente su $[0,+\infty[$ e totalmente su ogni intervallo del tipo $[0,M]$, con $M > 0$.
7. $a_0 = 2$, $a_1 = -1$. Basta osservare che $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$ e quindi $f(x) = 1 - \cos x$ coincide con il proprio sviluppo di Fourier. Usando in questo caso banale l'uguaglianza di Parseval, $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\,dx = 3\pi$.
8. $f(t,y) = (y-2)e^y$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 2$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 2$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 2$ soluzione u crescente. Valutando la stima della sublinearità sulla soluzione, per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$ l'intervallo massimale è illimitato a sinistra, per $y_0 < 2$ lo è anche a destra. Per $t \to -\infty$ la soluzione ammette $y = 2$ come asintoto orizzontale, se $y_0 \ne 2$, mentre se $y_0 < 2$ $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ (per il teorema dell'asintoto) e non ammette asintoto obliquo. Se $y_0 > 2$ soluzione u convessa; se $y_0 < 2$ esiste un punto $\bar{t}$ (di flesso) con $u(\bar{t}) = 1$ e u convessa per $t > \bar{t}$ e concava altrimenti.

COMPITO 2

1. A è un trapezio isoscele di vertici $(1,3)$, $(-1,3)$, $(-2,-3)$, $(2,-3)$.
2. $m = 0$ assunto su $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = 2y\,, 0 \le x \le 1\}$ e $M = 5^3$ assunto in $(-1,2)$.
3. $3(1 - \frac{\pi}{4})$.
4. Si applica il teorema di Green alla semicorona circolare D; calcolando $\iint_D -\frac{6}{7}y\,dxdy$, risulta -4
5. Si ha convergenza uniforme su $[-3,3]$ alla funzione $f \equiv 0$.
6. La serie converge puntualmente su $[0,+\infty[$ e totalmente su ogni intervallo del tipo $[0,M]$, con $M > 0$.
7. $a_0 = 4$, $a_1 = -2$. Basta osservare che $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$ e quindi $f(x) = 2 - 2\cos x$ coincide con il proprio sviluppo di Fourier. Usando in questo caso banale l'uguaglianza di Parseval, $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\,dx = 12\pi$.
8. $f(t,y) = (y-3)e^y$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 3$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 3$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 3$ soluzione u crescente. Valutando la stima della sublinearità sulla soluzione, per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$ l'intervallo massimale è illimitato a sinistra, per $y_0 < 3$ lo è anche a destra. Per $t \to -\infty$ la soluzione ammette $y = 3$ come asintoto orizzontale,

se $y_0 \neq 3$, mentre se $y_0 < 3$ $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ (per il teorema dell'asintoto) e non ammette asintoto obliquo. Se $y_0 > 3$ soluzione u convessa; se $y_0 < 3$ esiste un punto $\bar{t}$ (di flesso) con $u(\bar{t}) = 2$ e u convessa per $t > \bar{t}$ e concava altrimenti.

COMPITO 3

1. A è un trapezio isoscele di vertici $(1, 4)$, $(-1, 4)$, $(-2, -4)$, $(2, -4)$.
2. $m = 0$ assunto su $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 3y\,, 0 \le x \le 1\}$ e $M = 7^3$ assunto in $(-1, 2)$.
3. $4(1 - \frac{\pi}{4})$.
4. Si applica il teorema di Green alla semicorona circolare D; calcolando $\iint_D -\frac{9}{7} y\, dxdy$, risulta -6
5. Si ha convergenza uniforme su $[-4, 4]$ alla funzione $f \equiv 0$.
6. La serie converge puntualmente su $[0, +\infty[$ e totalmente su ogni intervallo del tipo $[0, M]$, con $M > 0$.
7. $a_0 = 6$, $a_1 = -3$. Basta osservare che $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$ e quindi $f(x) = 3 - 3\cos x$ coincide con il proprio sviluppo di Fourier. Usando in questo caso banale l'uguaglianza di Parseval, $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\, dx = 27\pi$.
8. $f(t, y) = (y - 4)e^y$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 4$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 4$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 4$ soluzione u crescente. Valutando la stima della sublinearità sulla soluzione, per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$ l'intervallo massimale è illimitato a sinistra, per $y_0 < 4$ lo è anche a destra. Per $t \to -\infty$ la soluzione ammette $y = 4$ come asintoto orizzontale, se $y_0 \neq 4$, mentre se $y_0 < 4$ $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ (per il teorema dell'asintoto) e non ammette asintoto obliquo. Se $y_0 > 4$ soluzione u convessa; se $y_0 < 4$ esiste un punto $\bar{t}$ (di flesso) con $u(\bar{t}) = 3$ e u convessa per $t > \bar{t}$ e concava altrimenti.

COMPITO 4

1. A è un trapezio isoscele di vertici $(1, 5)$, $(-1, 5)$, $(-2, -5)$, $(2, -5)$.
2. $m = 0$ assunto su $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 4y\,, 0 \le x \le 1\}$ e $M = 9^3$ assunto in $(-1, 2)$.
3. $5(1 - \frac{\pi}{4})$.
4. Si applica il teorema di Green alla semicorona circolare D; calcolando $\iint_D -\frac{12}{7} y\, dxdy$, risulta -8
5. Si ha convergenza uniforme su $[-5, 5]$ alla funzione $f \equiv 0$.
6. La serie converge puntualmente su $[0, +\infty[$ e totalmente su ogni intervallo del tipo $[0, M]$, con $M > 0$.
7. $a_0 = 8$, $a_1 = -4$. Basta osservare che $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$ e quindi $f(x) = 4 - 4\cos x$ coincide con il proprio sviluppo di Fourier. Usando in questo caso banale l'uguaglianza di Parseval, $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\, dx = 48\pi$.
8. $f(t, y) = (y - 5)e^y$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 5$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 5$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 5$ soluzione u crescente. Valutando la stima della sublinearità sulla soluzione, per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$ l'intervallo massimale è illimitato a sinistra, per

$y_0 < 5$ lo è anche a destra. Per $t \to -\infty$ la soluzione ammette $y = 5$ come asintoto orizzontale, se $y_0 \neq 5$, mentre se $y_0 < 5$ $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ (per il teorema dell'asintoto) e non ammette asintoto obliquo. Se $y_0 > 5$ soluzione u convessa; se $y_0 < 5$ esiste un punto $\bar{t}$ (di flesso) con $u(\bar{t}) = 4$ e u convessa per $t > \bar{t}$ e concava altrimenti.

COMPITO 5

1. A è un trapezio isoscele di vertici $(1, 6)$, $(-1, 6)$, $(-2, -6)$, $(2, -6)$.
2. $m = 0$ assunto su $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 5y\,, 0 \le x \le 1\}$ e $M = 11^3$ assunto in $(-1, 2)$.
3. $6(1 - \frac{\pi}{4})$.
4. Si applica il teorema di Green alla semicorona circolare D; calcolando $\iint_D -\frac{15}{7} y\, dxdy$, risulta -10
5. Si ha convergenza uniforme su $[-6, 6]$ alla funzione $f \equiv 0$.
6. La serie converge puntualmente su $[0, +\infty[$ e totalmente su ogni intervallo del tipo $[0, M]$, con $M > 0$.
7. $a_0 = 10$, $a_1 = -5$. Basta osservare che $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$ e quindi $f(x) = 5 - 5\cos x$ coincide con il proprio sviluppo di Fourier. Usando in questo caso banale l'uguaglianza di Parseval, $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\, dx = 75\pi$.
8. $f(t, y) = (y - 6)e^y$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 6$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 6$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 6$ soluzione u crescente. Valutando la stima della sublinearità sulla soluzione, per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$ l'intervallo massimale è illimitato a sinistra, per $y_0 < 6$ lo è anche a destra. Per $t \to -\infty$ la soluzione ammette $y = 6$ come asintoto orizzontale, se $y_0 \neq 6$, mentre se $y_0 < 6$ $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ (per il teorema dell'asintoto) e non ammette asintoto obliquo. Se $y_0 > 6$ soluzione u convessa; se $y_0 < 6$ esiste un punto $\bar{t}$ (di flesso) con $u(\bar{t}) = 5$ e u convessa per $t > \bar{t}$ e concava altrimenti.

COMPITO 6

1. A è un trapezio isoscele di vertici $(1, 7)$, $(-1, 7)$, $(-2, -7)$, $(2, -7)$.
2. $m = 0$ assunto su $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 6y\,, 0 \le x \le 1\}$ e $M = 13^3$ assunto in $(-1, 2)$.
3. $7(1 - \frac{\pi}{4})$.
4. Si applica il teorema di Green alla semicorona circolare D; calcolando $\iint_D -\frac{18}{7} y\, dxdy$, risulta -12
5. Si ha convergenza uniforme su $[-7, 7]$ alla funzione $f \equiv 0$.
6. La serie converge puntualmente su $[0, +\infty[$ e totalmente su ogni intervallo del tipo $[0, M]$, con $M > 0$.
7. $a_0 = 12$, $a_1 = -6$. Basta osservare che $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$ e quindi $f(x) = 6 - 6\cos x$ coincide con il proprio sviluppo di Fourier. Usando in questo caso banale l'uguaglianza di Parseval, $\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\, dx = 108\pi$.

8. $f(t, y) = (y - 7)e^y$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 7$ soluzione stazionaria; se $y_0 < 7$ soluzione u decrescente; se $y_0 > 7$ soluzione u crescente. Valutando la stima della sublinearità sulla soluzione, per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$ l'intervallo massimale è illimitato a sinistra, per $y_0 < 7$ lo è anche a destra. Per $t \to -\infty$ la soluzione ammette $y = 7$ come asintoto orizzontale, se $y_0 \neq 7$, mentre se $y_0 < 7$ $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ (per il teorema dell'asintoto) e non ammette asintoto obliquo. Se $y_0 > 7$ soluzione u convessa; se $y_0 < 7$ esiste un punto $\bar{t}$ (di flesso) con $u(\bar{t}) = 6$ e u convessa per $t > \bar{t}$ e concava altrimenti.
