ANALISI MATEMATICA II- 6 LUGLIO 2018 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dal raggio della circonferenza dell'esercizio 3.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$ per $\alpha > 3/2$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha > 2$, altrimenti non esistono. f è differenziabile in $(0,0)$ se solo se $\alpha > 2$.
2. Il punto $(\frac{4}{3}, 0)$ è di minimo relativo; il punto $(0,0)$ è di sella.
3. 0
4. $\frac{2}{3}\pi[3^{3/2} - 1]$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0, +\infty[$ a f con $f(x) = 0$ se $x > 2$ e $f(x) = 1$ se $0 \le x \le 2$. Converge uniformemente in $[0, 2]$ e in ogni insieme $[a, +\infty[$ (con $a > 2$).
6. La serie è a termini positivi (eccetto $x = 0$ in cui è banalmente nulla). Ci si può riportare ad una serie di potenze in $t = \sin(x)$. Il suo raggio di convergenza è 0 se $\beta > 7$ (quindi converge solo in $x = 0$), 1 se $\beta = 7$ (quindi converge in $[0, \frac{\pi}{2}[$ in $x = \frac{\pi}{2}$ diverge), ∞ se $\beta < 7$ (quindi converge in $[0, \frac{\pi}{2}]$). La somma della serie è $e^{\sin x} - 1$.
7. 7
8. $f(t, y) = \dfrac{(e^y - 1)(2 - e^y)}{e^y}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non sublineare, quindi esistenza ed unicità solo locali ; $u = 0$ e $u = \log 2$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > \log 2$, soluzione u decrescente; se $0 < y_0 < \log 2$ soluzione u crescente. In base alla monotonia la soluzione può essere prolungata a destra per $y_0 \ge 0$ e $\lim_{t\to+\infty} u(t) = \log 2$.

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$ per $\alpha > 5/2$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha > 3$, altrimenti non esistono. f è differenziabile in $(0,0)$ se solo se $\alpha > 3$.
2. Il punto $(\frac{8}{3}, 0)$ è di minimo relativo; il punto $(0,0)$ è di sella.
3. 0
4. $\frac{2}{3}\pi[9^{3/2} - 1]$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0, +\infty[$ a f con $f(x) = 0$ se $x > 3$ e $f(x) = 1$ se $0 \le x \le 3$. Converge uniformemente in $[0, 3]$ e in ogni insieme $[a, +\infty[$ (con $a > 3$).
6. La serie è a termini positivi (eccetto $x = 0$ in cui è banalmente nulla). Ci si può riportare ad una serie di potenze in $t = \sin(x)$. Il suo raggio di convergenza è 0 se $\beta > 6$ (quindi converge solo in $x = 0$), 1 se $\beta = 6$ (quindi converge in $[0, \frac{\pi}{2}[$ in $x = \frac{\pi}{2}$ diverge), ∞ se $\beta < 6$ (quindi converge in $[0, \frac{\pi}{2}]$). La somma della serie è $e^{\sin x} - 1$.
7. 14
8. $f(t, y) = \dfrac{(e^y - 1)(3 - e^y)}{e^y}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non sublineare, quindi esistenza ed unicità solo locali ; $u = 0$ e $u = \log 3$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > \log 3$, soluzione u decrescente; se $0 < y_0 < \log 3$ soluzione u crescente. In base alla monotonia la soluzione può essere prolungata a destra per $y_0 \ge 0$ e $\lim_{t\to+\infty} u(t) = \log 3$.

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$ per $\alpha > 7/2$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha > 4$, altrimenti non esistono. f è differenziabile in $(0,0)$ se solo se $\alpha > 4$.

2. Il punto $(4,0)$ è di minimo relativo; il punto $(0,0)$ è di sella.

3. 0

4. $\frac{2}{3}\pi[19^{3/2} - 1]$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0,+\infty[$ a f con $f(x) = 0$ se $x > 4$ e $f(x) = 1$ se $0 \leq x \leq 4$. Converge uniformemente in $[0,4]$ e in ogni insieme $[a,+\infty[$ (con $a > 4$).

6. La serie è a termini positivi (eccetto $x = 0$ in cui è banalmente nulla). Ci si può riportare ad una serie di potenze in $t = \sin(x)$. Il suo raggio di convergenza è 0 se $\beta > 5$ (quindi converge solo in $x = 0$), 1 se $\beta = 5$ (quindi converge in $[0, \frac{\pi}{2}[$ in $x = \frac{\pi}{2}$ diverge), ∞ se $\beta < 5$ (quindi converge in $[0, \frac{\pi}{2}]$). La somma della serie è $e^{\sin x} - 1$.

7. 21

8. $f(t,y) = \dfrac{(e^y - 1)(4 - e^y)}{e^y}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non sublineare, quindi esistenza ed unicità solo locali ; $u = 0$ e $u = \log 4$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > \log 4$, soluzione u decrescente; se $0 < y_0 < \log 4$ soluzione u crescente. In base alla monotonia la soluzione può essere prolungata a destra per $y_0 \geq 0$ e $\lim_{t\to+\infty} u(t) = \log 4$.