ANALISI MATEMATICA II- 7 LUGLIO 2017 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dall'intero, diminuito di 1, maggiorante x nel testo dell'esercizio 2.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$, mentre le altre derivate direzionali non esistono. Quindi f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $m = -\frac{9}{4}$ assunto nel punto $(2,0)$; $M = 2$ assunto in $(\frac{3}{2}, \sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{5}{2}})$.

3. $14\pi^2$

4. $\frac{3}{4}\pi$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $\mathbb{R}$ a f con $f(0) = 1/7$ e $f(x) = 0$ per $x \neq 0$. Non converge uniformemente in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Converge uniformemente in ogni insieme $]-\infty, -a] \cup [a, +\infty[$ (con $a > 0$).

6. $a_0 = 0$, $a_1 = \frac{1}{6\pi}$, $b_1 = 0$, $a_2 = 0$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. $S(2\pi) = 0$, $S(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{8}$.

7. 2

8. $f(t,y) = ty(y-2)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità solo locali; $u = 0$ e $u = 2$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > 2$, u crescente per $t > 0$ e $t^* = 0$ è punto di minimo; se $0 < y_0 < 2$ soluzione u crescente per $t < 0$ e $t^* = 0$ è punto di massimo. Se $y_0 > 2$, la soluzione u è convessa nel suo dominio. Per $y_0 < 2$ la soluzione può essere prolungata a tutto $\mathbb{R}$. Se $y_0 < 0$ $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$; se $0 < y_0 < 2$ $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$. Se $y_0 < 0$ o $0 < y_0 < 2$, la soluzione u ammette due punti di flesso.

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$, mentre le altre derivate direzionali non esistono. Quindi f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $m = -\frac{13}{4}$ assunto nel punto $(3,0)$; $M = 6$ assunto in $(\frac{5}{2}, \sqrt{\frac{5}{2}}\sqrt{\frac{7}{2}})$.

3. $12\pi^2$

4. $\frac{5}{4}\pi$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $\mathbb{R}$ a f con $f(0) = 1/6$ e $f(x) = 0$ per $x \neq 0$. Non converge uniformemente in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Converge uniformemente in ogni insieme $]-\infty, -a] \cup [a, +\infty[$ (con $a > 0$).

6. $a_0 = 0$, $a_1 = \frac{1}{12\pi}$, $b_1 = 0$, $a_2 = 0$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. $S(4\pi) = 0$, $S(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{16}$.

7. 4

8. $f(t,y) = ty(y-3)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità solo locali; $u = 0$ e $u = 3$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > 3$, u crescente per $t > 0$ e $t^* = 0$ è punto di minimo; se $0 < y_0 < 3$ soluzione u crescente per $t < 0$ e $t^* = 0$ è punto di massimo. Se $y_0 > 3$, la soluzione u è convessa nel suo dominio. Per $y_0 < 3$ la soluzione può essere prolungata a tutto $\mathbb{R}$. Se $y_0 < 0$ $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$; se $0 < y_0 < 3$ $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$. Se $y_0 < 0$ o $0 < y_0 < 3$, la soluzione u ammette due punti di flesso.

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$, mentre le altre derivate direzionali non esistono. Quindi f non è differenziabile in $(0,0)$.

2. $m = -\frac{17}{4}$ assunto nel punto $(4,0)$; $M = 12$ assunto in $(\frac{7}{2}, \sqrt{\frac{7}{2}}\sqrt{\frac{9}{2}})$.

3. $10\pi^2$

4. $\frac{7}{4}\pi$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $\mathbb{R}$ a f con $f(0) = 1/5$ e $f(x) = 0$ per $x \neq 0$. Non converge uniformemente in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Converge uniformemente in ogni insieme $]-\infty, -a] \cup [a, +\infty[$ (con $a > 0$).

6. $a_0 = 0$, $a_1 = \frac{1}{18\pi}$, $b_1 = 0$, $a_2 = 0$. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1 a tratti. $S(6\pi) = 0$, $S(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{24}$.

7. 6

8. $f(t,y) = ty(y-4)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità solo locali; $u = 0$ e $u = 4$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > 4$, u crescente per $t > 0$ e $t^* = 0$ è punto di minimo; se $0 < y_0 < 4$ soluzione u crescente per $t < 0$ e $t^* = 0$ è punto di massimo. Se $y_0 > 4$, la soluzione u è convessa nel suo dominio. Per $y_0 < 4$ la soluzione può essere prolungata a tutto $\mathbb{R}$. Se $y_0 < 0$ $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$; se $0 < y_0 < 4$ $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$. Se $y_0 < 0$ o $0 < y_0 < 4$, la soluzione u ammette due punti di flesso.