ANALISI MATEMATICA II- 7 settembre 2012 - C.d.L.: MECLT, MATLT, AUTLT, EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dal coefficiente di e nell'esercizio 7.

COMPITO 1

1. f non è continua in $(0,0)$ (e quindi non è differenziabile in $(0,0)$). Non ammette derivate direzionali, eccetto $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$.
2. punti stazionari $(0, \overline{y})$; $\overline{y} < 2$ punti di minimo; $\overline{y} = 2$ punto di sella; $\overline{y} > 2$ punti di massimo.
3. $\alpha = 2/3$. Si può integrare lungo il segmento $\widetilde{\Gamma}$: $\quad \overrightarrow{r}_1(t) = \overrightarrow{i} + t\overrightarrow{j}$, $\quad t \in [0,2]$ e l'integrale curvilineo vale $2\dfrac{2^3}{3}$.
4. $\frac{3}{2}\pi$
5. $\{f_n\}_{n\in\mathbb{Z}^+}$ converge uniformemente a zero in $I = [-2, 2]$.
6. raggio 1 indipendente da β; se $\beta > 3/2$, la serie converge totalmente in $[6, 8]$; se $0 < \beta \leq 3/2$, si ha convergenza uniforme in $[b, 8]$, $\forall b$ con $6 < b < 8$ e convergenza totale in $[7 - r, 7 + r]$ con $0 < r < 1$.
7. $f(t, y) = y + \frac{e^{4t}}{y}$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; se $y_0 > 0$ soluzione u crescente; se $y_0 < 0$ soluzione u decrescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra poiché $|u(t)| > |y_0|$ $\forall t \in (0, T_{max})$ e $|f(t, u(t))| \leq \frac{c}{|y_0|} + |u(t)|$ $\forall t \in (0, T_{max})$; la soluzione non ammette asintoti per $t \to +\infty$.
8. $y(t) = -e^{2t}$.

COMPITO 2

1. f non è continua in $(0,0)$ (e quindi non è differenziabile in $(0,0)$). Non ammette derivate direzionali, eccetto $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$.
2. punti stazionari $(0, \overline{y})$; $\overline{y} < 3$ punti di minimo; $\overline{y} = 3$ punto di sella; $\overline{y} > 3$ punti di massimo.
3. $\alpha = 4/5$. Si può integrare lungo il segmento $\widetilde{\Gamma}$: $\quad \overrightarrow{r}_1(t) = \overrightarrow{i} + t\overrightarrow{j}$, $\quad t \in [0,2]$ e l'integrale curvilineo vale $4\dfrac{2^5}{5}$.
4. $\frac{5}{2}\pi$
5. $\{f_n\}_{n\in\mathbb{Z}^+}$ converge uniformemente a zero in $I = [-3, 3]$.
6. raggio 1 indipendente da β; se $\beta > 5/2$, la serie converge totalmente in $[5, 7]$; se $0 < \beta \leq 5/2$, si ha convergenza uniforme in $[b, 7]$, $\forall b$ con $5 < b < 7$ e convergenza totale in $[6 - r, 6 + r]$ con $0 < r < 1$.
7. $f(t, y) = y + \frac{2e^{6t}}{y}$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; se $y_0 > 0$ soluzione u crescente; se $y_0 < 0$ soluzione u decrescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra poiché $|u(t)| > |y_0|$ $\forall t \in (0, T_{max})$ e $|f(t, u(t))| \leq \frac{c}{|y_0|} + |u(t)|$ $\forall t \in (0, T_{max})$; la soluzione non ammette asintoti per $t \to +\infty$.
8. $y(t) = -e^{3t}$.

COMPITO 3

1. f non è continua in $(0,0)$ (e quindi non è differenziabile in $(0,0)$). Non ammette derivate direzionali, eccetto $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$.

2. punti stazionari $(0,\overline{y})$; $\overline{y} < 4$ punti di minimo; $\overline{y} = 4$ punto di sella; $\overline{y} > 4$ punti di massimo.

3. $\alpha = 6/7$. Si può integrare lungo il segmento $\widetilde{\Gamma}$: $\quad \overrightarrow{r}_1(t) = \overrightarrow{i} + t\overrightarrow{j}$, $\quad t \in [0,2]$ e l'integrale curvilineo vale $6\dfrac{2^7}{7}$.

4. $\frac{7}{2}\pi$

5. $\{f_n\}_{n\in\mathbb{Z}^+}$ converge uniformemente a zero in $I = [-4,4]$.

6. raggio 1 indipendente da β; se $\beta > 7/2$, la serie converge totalmente in $[4,6]$; se $0 < \beta \leq 7/2$, si ha convergenza uniforme in $[b,6]$, $\forall b$ con $4 < b < 6$ e convergenza totale in $[5-r, 5+r]$ con $0 < r < 1$.

7. $f(t,y) = y + \frac{3e^{8t}}{y}$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; se $y_0 > 0$ soluzione u crescente; se $y_0 < 0$ soluzione u decrescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra poiché $|u(t)| > |y_0|$ $\forall t \in (0, T_{max})$ e $|f(t,u(t))| \leq \frac{c}{|y_0|} + |u(t)|$ $\forall t \in (0, T_{max})$; la soluzione non ammette asintoti per $t \to +\infty$.

8. $y(t) = -e^{4t}$.

COMPITO 4

1. f non è continua in $(0,0)$ (e quindi non è differenziabile in $(0,0)$). Non ammette derivate direzionali, eccetto $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$.

2. punti stazionari $(0,\overline{y})$; $\overline{y} < 5$ punti di minimo; $\overline{y} = 5$ punto di sella; $\overline{y} > 5$ punti di massimo.

3. $\alpha = 8/9$. Si può integrare lungo il segmento $\widetilde{\Gamma}$: $\quad \overrightarrow{r}_1(t) = \overrightarrow{i} + t\overrightarrow{j}$, $\quad t \in [0,2]$ e l'integrale curvilineo vale $8\dfrac{2^9}{9}$.

4. $\frac{9}{2}\pi$

5. $\{f_n\}_{n\in\mathbb{Z}^+}$ converge uniformemente a zero in $I = [-5,5]$.

6. raggio 1 indipendente da β; se $\beta > 9/2$, la serie converge totalmente in $[3,5]$; se $0 < \beta \leq 9/2$, si ha convergenza uniforme in $[b,5]$, $\forall b$ con $3 < b < 5$ e convergenza totale in $[4-r, 4+r]$ con $0 < r < 1$.

7. $f(t,y) = y + \frac{4e^{10t}}{y}$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; se $y_0 > 0$ soluzione u crescente; se $y_0 < 0$ soluzione u decrescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra poiché $|u(t)| > |y_0|$ $\forall t \in (0, T_{max})$ e $|f(t,u(t))| \leq \frac{c}{|y_0|} + |u(t)|$ $\forall t \in (0, T_{max})$; la soluzione non ammette asintoti per $t \to +\infty$.

8. $y(t) = -e^{5t}$.

COMPITO 5

1. f non è continua in $(0,0)$ (e quindi non è differenziabile in $(0,0)$). Non ammette derivate direzionali, eccetto $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$.

2. punti stazionari $(0,\overline{y})$; $\overline{y}<6$ punti di minimo; $\overline{y}=6$ punto di sella; $\overline{y}>6$ punti di massimo.
3. $\alpha=10/11$. Si può integrare lungo il segmento $\widetilde{\Gamma}: \quad \overrightarrow{r}_1(t)=\overrightarrow{i}+t\overrightarrow{j}, \quad t\in[0,2]$ e l'integrale curvilineo vale $10\dfrac{2^{11}}{11}$.
4. $\frac{11}{2}\pi$
5. $\{f_n\}_{n\in\mathbb{Z}^+}$ converge uniformemente a zero in $I=[-6,6]$.
6. raggio 1 indipendente da β; se $\beta>11/2$, la serie converge totalmente in $[2,4]$; se $0<\beta\leq 11/2$, si ha convergenza uniforme in $[b,4]$, $\forall b$ con $2<b<4$ e convergenza totale in $[3-r,3+r]$ con $0<r<1$.
7. $f(t,y)=y+\frac{5e^{12t}}{y}$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R}\setminus\{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; se $y_0>0$ soluzione u crescente; se $y_0<0$ soluzione u decrescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra poiché $|u(t)|>|y_0|$ $\forall t\in(0,T_{max})$ e $|f(t,u(t))|\leq\frac{c}{|y_0|}+|u(t)|$ $\forall t\in(0,T_{max})$; la soluzione non ammette asintoti per $t\to+\infty$.
8. $y(t)=-e^{6t}$.

COMPITO 6

1. f non è continua in $(0,0)$ (e quindi non è differenziabile in $(0,0)$). Non ammette derivate direzionali, eccetto $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$.
2. punti stazionari $(0,\overline{y})$; $\overline{y}<7$ punti di minimo; $\overline{y}=7$ punto di sella; $\overline{y}>7$ punti di massimo.
3. $\alpha=12/13$. Si può integrare lungo il segmento $\widetilde{\Gamma}: \quad \overrightarrow{r}_1(t)=\overrightarrow{i}+t\overrightarrow{j}, \quad t\in[0,2]$ e l'integrale curvilineo vale $12\dfrac{2^{13}}{13}$.
4. $\frac{13}{2}\pi$
5. $\{f_n\}_{n\in\mathbb{Z}^+}$ converge uniformemente a zero in $I=[-7,7]$.
6. raggio 1 indipendente da β; se $\beta>13/2$, la serie converge totalmente in $[1,3]$; se $0<\beta\leq 13/2$, si ha convergenza uniforme in $[b,3]$, $\forall b$ con $1<b<3$ e convergenza totale in $[2-r,2+r]$ con $0<r<1$.
7. $f(t,y)=y+\frac{6e^{14t}}{y}$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R}\setminus\{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; se $y_0>0$ soluzione u crescente; se $y_0<0$ soluzione u decrescente; l'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra poiché $|u(t)|>|y_0|$ $\forall t\in(0,T_{max})$ e $|f(t,u(t))|\leq\frac{c}{|y_0|}+|u(t)|$ $\forall t\in(0,T_{max})$; la soluzione non ammette asintoti per $t\to+\infty$.
8. $y(t)=-e^{7t}$.
