ANALISI MATEMATICA II- 8 GENNAIO 2018 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dall'addendo aggiunto a x^2 nei denominatori dell'esercizio 7.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$; esistono tutte le derivate direzionali e $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 7v_1v_2^2$, quindi le derivate parziali sono nulle. Verificando che $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) \neq \nabla f(0,0) \cdot \vec{v}$ o mediante la definizione, si mostra che f non è differenziabile in $(0,0)$.
2. $m = 0$ assunto in $(0,1)$ e $M = \sqrt{5}$ assunto in $(-2,2)$ e $(2,0)$.
3. $L = 6$
4. 4π
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0,1]$ a f con $f(x) = 0$ se $0 \leq x < 1$ e $f(1) = \log 3$. Converge uniformemente in ogni insieme $[0,b]$ (con $0 < b < 1$).
6. La serie è a termini positivi. Per $\beta > 1/4$ la serie converge puntualmente in tutto $[1,+\infty[$ (se $\beta \leq 1/4$ la serie diverge positivamente). Per $\beta > 1/4$ la serie converge totalmente solo in $[1,M]$ con $M \geq 1$.
7. $\alpha = 2$, un potenziale $\varphi(x,y) = y^3 \log(x^2+1) + x \arctan y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(1,1) - \varphi(0,0) = \log 2 + \frac{\pi}{4}$
8. $f(t,y) = \frac{y-2}{e^y+2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 2$ soluzione stazionaria; se $y_0 > 2$, soluzione u crescente; se $y_0 < 2$ soluzione u decrescente. Se $y_0 < 2$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 2$, $\exists t^*$ tale che per $t < t^*$ u è convessa e per $t > t^*$ u è concava. Se $y_0 < 2$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ e $u = 2$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; se $y_0 > 2$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 2$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$; esistono tutte le derivate direzionali e $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 6v_1v_2^2$, quindi le derivate parziali sono nulle. Verificando che $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) \neq \nabla f(0,0) \cdot \vec{v}$ o mediante la definizione, si mostra che f non è differenziabile in $(0,0)$.
2. $m = 0$ assunto in $(0,2)$ e $M = 2\sqrt{5}$ assunto in $(-4,4)$ e $(4,0)$.
3. $L = 9$
4. 9π
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0,1]$ a f con $f(x) = 0$ se $0 \leq x < 1$ e $f(1) = \log 4$. Converge uniformemente in ogni insieme $[0,b]$ (con $0 < b < 1$).
6. La serie è a termini positivi. Per $\beta > 1/6$ la serie converge puntualmente in tutto $[1,+\infty[$ (se $\beta \leq 1/6$ la serie diverge positivamente). Per $\beta > 1/6$ la serie converge totalmente solo in $[1,M]$ con $M \geq 1$.
7. $\alpha = 2$, un potenziale $\varphi(x,y) = y^3 \log(x^2+2) + x \arctan y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(1,1) - \varphi(0,0) = \log 3 + \frac{\pi}{4}$

8. $f(t,y) = \frac{y-3}{e^y+3}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 3$ soluzione stazionaria; se $y_0 > 3$, soluzione u crescente; se $y_0 < 3$ soluzione u decrescente. Se $y_0 < 3$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 3$, $\exists t^*$ tale che per $t < t^*$ u è convessa e per $t > t^*$ u è concava. Se $y_0 < 3$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ e $u = 3$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; se $y_0 > 3$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 3$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$; esistono tutte le derivate direzionali e $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) = 5v_1v_2^2$, quindi le derivate parziali sono nulle. Verificando che $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0) \neq \nabla f(0,0) \cdot \vec{v}$ o mediante la definizione, si mostra che f non è differenziabile in $(0,0)$.
2. $m = 0$ assunto in $(0,3)$ e $M = 3\sqrt{5}$ assunto in $(-6,6)$ e $(6,0)$.
3. $L = 12$
4. 16π
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0,1]$ a f con $f(x) = 0$ se $0 \leq x < 1$ e $f(1) = \log 5$. Converge uniformemente in ogni insieme $[0,b]$ (con $0 < b < 1$).
6. La serie è a termini positivi. Per $\beta > 1/8$ la serie converge puntualmente in tutto $[1,+\infty[$ (se $\beta \leq 1/8$ la serie diverge positivamente). Per $\beta > 1/8$ la serie converge totalmente solo in $[1,M]$ con $M \geq 1$.
7. $\alpha = 2$, un potenziale $\varphi(x,y) = y^3\log(x^2+3) + x\arctan y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(1,1) - \varphi(0,0) = \log 4 + \frac{\pi}{4}$
8. $f(t,y) = \frac{y-4}{e^y+4}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 4$ soluzione stazionaria; se $y_0 > 4$, soluzione u crescente; se $y_0 < 4$ soluzione u decrescente. Se $y_0 < 4$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 4$, $\exists t^*$ tale che per $t < t^*$ u è convessa e per $t > t^*$ u è concava. Se $y_0 < 4$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ e $u = 4$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; se $y_0 > 4$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 4$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.
