ANALISI MATEMATICA 2 - III prova intermedia - 8 gennaio 2018

Il NUMERO della FILA è l'addendo sommato a n^α nel denominatore del testo dell'esercizio n° 2.

Fila 1

1. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0,1]$ a f con $f(x) = 0$ se $0 \leq x < 1$ e $f(1) = \log 3$. Converge uniformemente in ogni insieme $[0, b]$ (con $0 < b < 1$).

2. raggio $\frac{1}{2}$ indipendente da α, converge anche in $x = -\frac{1}{2}$ se $\alpha > 1$ in $x = \frac{1}{2}$ se $\alpha > 0$. Quindi, se $\alpha > 1$, convergenza uniforme in $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

3. La serie è a termini positivi. Per $\beta > 1/4$ la serie converge puntualmente in tutto $[1, +\infty[$ (se $\beta \leq 1/4$ la serie diverge positivamente). Per $\beta > 1/4$ la serie converge totalmente solo in $[1, M]$ con $M \geq 1$.

4. $a_0 = 4\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{4}{n}$. Applicando il teorema sulla convergenza puntuale $S(3\pi) = 2\pi$.

5. $f(t, y) = \frac{y-2}{e^y+2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 2$ soluzione stazionaria; se $y_0 > 2$, soluzione u crescente; se $y_0 < 2$ soluzione u decrescente. Se $y_0 < 2$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 2$, $\exists t^*$ tale che per $t < t^*$ u è convessa e per $t > t^*$ u è concava. Se $y_0 < 2$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ e $u = 2$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; se $y_0 > 2$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 2$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

Fila 2

1. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0,1]$ a f con $f(x) = 0$ se $0 \leq x < 1$ e $f(1) = \log 4$. Converge uniformemente in ogni insieme $[0, b]$ (con $0 < b < 1$).

2. raggio $\frac{1}{3}$ indipendente da α, converge anche in $x = -\frac{1}{3}$ se $\alpha > 1$ in $x = \frac{1}{3}$ se $\alpha > 0$. Quindi, se $\alpha > 1$, convergenza uniforme in $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$.

3. La serie è a termini positivi. Per $\beta > 1/6$ la serie converge puntualmente in tutto $[1, +\infty[$ (se $\beta \leq 1/6$ la serie diverge positivamente). Per $\beta > 1/6$ la serie converge totalmente solo in $[1, M]$ con $M \geq 1$.

4. $a_0 = 6\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{6}{n}$. Applicando il teorema sulla convergenza puntuale $S(5\pi) = 3\pi$.

5. $f(t, y) = \frac{y-3}{e^y+3}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 3$ soluzione stazionaria; se $y_0 > 3$, soluzione u crescente; se $y_0 < 3$ soluzione u decrescente. Se $y_0 < 3$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 3$, $\exists t^*$ tale che per $t < t^*$ u è convessa e per $t > t^*$ u è concava. Se $y_0 < 3$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ e $u = 3$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; se $y_0 > 3$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 3$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

Fila 3

1. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0,1]$ a f con $f(x) = 0$ se $0 \leq x < 1$ e $f(1) = \log 5$. Converge uniformemente in ogni insieme $[0, b]$ (con $0 < b < 1$).

2. raggio $\frac{1}{4}$ indipendente da α, converge anche in $x = -\frac{1}{4}$ se $\alpha > 1$ in $x = \frac{1}{4}$ se $\alpha > 0$. Quindi, se $\alpha > 1$, convergenza uniforme in $[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$.

3. La serie è a termini positivi. Per $\beta > 1/8$ la serie converge puntualmente in tutto $[1, +\infty[$ (se $\beta \leq 1/8$ la serie diverge positivamente). Per $\beta > 1/8$ la serie converge totalmente solo in $[1, M]$ con $M \geq 1$.

4. $a_0 = 8\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{8}{n}$. Applicando il teorema sulla convergenza puntuale $S(7\pi) = 4\pi$.

5. $f(t, y) = \frac{y-4}{e^y+4}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 4$ soluzione stazionaria; se $y_0 > 4$, soluzione u crescente; se $y_0 < 4$ soluzione u decrescente. Se $y_0 < 4$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 4$, $\exists t^*$ tale che per $t < t^*$ u è convessa e per $t > t^*$ u è concava. Se $y_0 < 4$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = -\infty$ e $u = 4$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; se $y_0 > 4$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 4$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.