ANALISI MATEMATICA II- 8 LUGLIO 2019 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dall'intero sommato ad α nell'esercizio 1.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$ se e solo se $\alpha < 7$; esistono le derivate parziali in $(0,0$ e sono nulle per qualsiasi valore di α; le altre derivate direzionali esitono (e sono nulle) se e solo se $\alpha < 6$. f è differenziabile in $(0,0)$ se solo se $\alpha < 6$.
2. $(\frac{7}{2}, 0)$ è di minimo relativo e $(3, \pm 1)$ sono di sella.
3. $L = 6$
4. $\sqrt{2}$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $\mathbb{R}$ a $f(x) \equiv 0$. Converge uniformemente solo negli insiemi del tipo $[a,, +\infty[$ e $]-\infty, -a]$ (con $a > 0$).
6. La serie è a termini non negativi; converge banalmente in $x = 0$ per qualsiasi $\beta > 2$. Notando, ad esempio, che la serie è asintotica a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\sqrt{x}+7)x}{n(\log(n))^{\beta-2}}$, si mostra che la serie converge puntualmente per $\beta > 3$. Per gli stessi valori di β la convergenza non può essere totale in $[0, +\infty[$, ma solo in $[0, M]$ per ogni $M > 0$.
7. Il campo è conservativo; un potenziale è $\varphi(x, y) = 2ye^x(x-1) + \sin y$, $\varphi(-2, 2) - \varphi(2, 2) = -4[e^2 + 3e^{-2}]$.
8. $f(t, y) = t\,\frac{y \arctan y}{y^2+1}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 0$ soluzione stazionaria; se $y_0 \neq 0$ le soluzioni sono crescenti per $t > 0$. Se $y_0 > 0$, $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = +\infty$; se $y_0 < 0$, $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = 0$.

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$ se e solo se $\alpha < 6$; esistono le derivate parziali in $(0,0$ e sono nulle per qualsiasi valore di α; le altre derivate direzionali esitono (e sono nulle) se e solo se $\alpha < 5$. f è differenziabile in $(0,0)$ se solo se $\alpha < 5$.
2. $(\frac{9}{2}, 0)$ è di minimo relativo e $(4, \pm 1)$ sono di sella.
3. $L = 8$
4. $2\sqrt{2}$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $\mathbb{R}$ a $f(x) \equiv 0$. Converge uniformemente solo negli insiemi del tipo $[a,, +\infty[$ e $]-\infty, -a]$ (con $a > 0$).
6. La serie è a termini non negativi; converge banalmente in $x = 0$ per qualsiasi $\beta > 3$. Notando, ad esempio, che la serie è asintotica a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\sqrt{x}+6)x}{n(\log(n))^{\beta-3}}$, si mostra che la serie converge puntualmente per $\beta > 4$. Per gli stessi valori di β la convergenza non può essere totale in $[0, +\infty[$, ma solo in $[0, M]$ per ogni $M > 0$.
7. Il campo è conservativo; un potenziale è $\varphi(x, y) = 3ye^x(x-1) + \sin y$, $\varphi(-3, 3) - \varphi(3, 3) = -9[2e^3 + 4e^{-3}]$.

8. $f(t,y) = t\,\frac{y\arctan y}{y^2+1}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 0$ soluzione stazionaria; se $y_0 \neq 0$ le soluzioni sono crescenti per $t > 0$. Se $y_0 > 0$, $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = +\infty$; se $y_0 < 0$, $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = 0$.

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$ se e solo se $\alpha < 5$; esistono le derivate parziali in $(0,0$ e sono nulle per qualsiasi valore di α; le altre derivate direzionali esitono (e sono nulle) se e solo se $\alpha < 4$. f è differenziabile in $(0,0)$ se solo se $\alpha < 4$.

2. $(\frac{11}{2}, 0)$ è di minimo relativo e $(5, \pm 1)$ sono di sella.

3. $L = 10$

4. $3\sqrt{2}$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $\mathbb{R}$ a $f(x) \equiv 0$. Converge uniformemente solo negli insiemi del tipo $[a, , +\infty[$ e $]-\infty, -a]$ (con $a > 0$).

6. La serie è a termini non negativi; converge banalmente in $x = 0$ per qualsiasi $\beta > 4$. Notando, ad esempio, che la serie è asintotica a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\sqrt{x}+5)x}{n(\log(n))^{\beta-4}}$, si mostra che la serie converge puntualmente per $\beta > 5$. Per gli stessi valori di β la convergenza non può essere totale in $[0, +\infty[$, ma solo in $[0, M]$ per ogni $M > 0$.

7. Il campo è conservativo; un potenziale è $\varphi(x,y) = 4ye^x(x-1) + \sin y$, $\varphi(-4,4) - \varphi(4,4) = -16[3e^4 + 5e^{-4}]$.

8. $f(t,y) = t\,\frac{y\arctan y}{y^2+1}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 0$ soluzione stazionaria; se $y_0 \neq 0$ le soluzioni sono crescenti per $t > 0$. Se $y_0 > 0$, $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = +\infty$; se $y_0 < 0$, $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = 0$.
