ANALISI MATEMATICA II- 9 GENNAIO 2015 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dall'intero sommato a x^{2n} nell'esercizio 5 diminuito di 1.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$ e f è differenziabile in $(0,0)$ solo per $\alpha > 1/7$.
2. $m = 1/2$ assunto in $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$, $(\frac{3}{2}, \frac{9}{2})$, $(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2})$ e $M = 5$ assunto in $(-6, 0)$.
3. $\frac{3\pi}{4}\sqrt{2}$
4. $\frac{3}{8}\pi$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [-1, 1]$ a f con $f(x) \equiv 0$ per $|x| < 1$, $f(\pm 1) = \pm \log 3$; converge uniformemente in ogni intervallo $[-a, a]$ con $0 < a < 1$.
6. raggio $+\infty$ se $\alpha < \frac{2}{3}$, 2 se $\alpha = \frac{2}{3}$, 0 se $\alpha > \frac{2}{3}$. La somma è $x(\cosh x - 1)$.
7. $\beta = 14$, un potenziale $\varphi(x, y) = y^8 \log(x^{14} + 1) + x^8 \arctan y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(1, 1) - \varphi(0, 0) = \log 2 + \frac{\pi}{4}$
8. $f(t, y) = \arctan(y^2 - 49)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \pm 7$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < -7$ o $y_0 > 7$ soluzione u crescente; se $-7 < y_0 < 7$ soluzione u decrescente. Se $-7 < y_0 < 7$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 0$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < -7$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 7$, convessa. Se $y_0 < -7$, $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$ e $u = -7$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; se $-7 < y_0 < 7$, $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = \mp 7$ e $u = \mp 7$ è asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$; se $y_0 > 7$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 7$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$ e f è differenziabile in $(0,0)$ solo per $\alpha > 1/6$.
2. $m = 1/2$ assunto in $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$, $(\frac{5}{2}, \frac{15}{2})$, $(-\frac{5}{2}, \frac{15}{2})$ e $M = 5$ assunto in $(-10, 0)$.
3. $\frac{5\pi}{4}\sqrt{2}$
4. $\frac{5}{8}\pi$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [-1, 1]$ a f con $f(x) \equiv 0$ per $|x| < 1$, $f(\pm 1) = \pm \log 4$; converge uniformemente in ogni intervallo $[-a, a]$ con $0 < a < 1$.
6. raggio $+\infty$ se $\alpha < \frac{2}{5}$, 2 se $\alpha = \frac{2}{5}$, 0 se $\alpha > \frac{2}{5}$. La somma è $x(\cosh x - 1)$.
7. $\beta = 12$, un potenziale $\varphi(x, y) = y^7 \log(x^{12} + 1) + x^7 \arctan y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(1, 1) - \varphi(0, 0) = \log 2 + \frac{\pi}{4}$
8. $f(t, y) = \arctan(y^2 - 36)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \pm 6$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < -6$ o $y_0 > 6$ soluzione u crescente; se $-6 < y_0 < 6$ soluzione u decrescente. Se $-6 < y_0 < 6$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 0$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < -6$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 6$, convessa. Se $y_0 < -6$, $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$ e $u = -6$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; se $-6 < y_0 < 6$, $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = \mp 6$ e $u = \mp 6$ è asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$; se $y_0 > 6$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 6$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$ e f è differenziabile in $(0,0)$ solo per $\alpha > 1/5$.
2. $m = 1/2$ assunto in $(\frac{7}{2}, \frac{7}{2})$, $(\frac{7}{2}, \frac{21}{2})$, $(-\frac{7}{2}, \frac{21}{2})$ e $M = 5$ assunto in $(-14, 0)$.
3. $\frac{7\pi}{4}\sqrt{2}$
4. $\frac{7}{8}\pi$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [-1, 1]$ a f con $f(x) \equiv 0$ per $|x| < 1$, $f(\pm 1) = \pm \log 5$; converge uniformemente in ogni intervallo $[-a, a]$ con $0 < a < 1$.
6. raggio $+\infty$ se $\alpha < \frac{2}{7}$, 2 se $\alpha = \frac{2}{7}$, 0 se $\alpha > \frac{2}{7}$. La somma è $x(\cosh x - 1)$.
7. $\beta = 10$, un potenziale $\varphi(x, y) = y^6 \log(x^{10} + 1) + x^6 \arctan y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(1, 1) - \varphi(0, 0) = \log 2 + \frac{\pi}{4}$
8. $f(t, y) = \arctan(y^2 - 25)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \pm 5$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < -5$ o $y_0 > 5$ soluzione u crescente; se $-5 < y_0 < 5$ soluzione u decrescente. Se $-5 < y_0 < 5$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 0$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < -5$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 5$, convessa. Se $y_0 < -5$, $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$ e $u = -5$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; se $-5 < y_0 < 5$, $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = \mp 5$ e $u = \mp 5$ è asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$; se $y_0 > 5$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 5$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 4

1. f è continua in $(0,0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$ e f è differenziabile in $(0,0)$ solo per $\alpha > 1/4$.
2. $m = 1/2$ assunto in $(\frac{9}{2}, \frac{9}{2})$, $(\frac{9}{2}, \frac{27}{2})$, $(-\frac{9}{2}, \frac{27}{2})$ e $M = 5$ assunto in $(-18, 0)$.
3. $\frac{9\pi}{4}\sqrt{2}$
4. $\frac{9}{8}\pi$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [-1, 1]$ a f con $f(x) \equiv 0$ per $|x| < 1$, $f(\pm 1) = \pm \log 6$; converge uniformemente in ogni intervallo $[-a, a]$ con $0 < a < 1$.
6. raggio $+\infty$ se $\alpha < \frac{2}{9}$, 2 se $\alpha = \frac{2}{9}$, 0 se $\alpha > \frac{2}{9}$. La somma è $x(\cosh x - 1)$.
7. $\beta = 8$, un potenziale $\varphi(x, y) = y^5 \log(x^8 + 1) + x^5 \arctan y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(1, 1) - \varphi(0, 0) = \log 2 + \frac{\pi}{4}$
8. $f(t, y) = \arctan(y^2 - 16)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \pm 4$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < -4$ o $y_0 > 4$ soluzione u crescente; se $-4 < y_0 < 4$ soluzione u decrescente. Se $-4 < y_0 < 4$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 0$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < -4$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 4$, convessa. Se $y_0 < -4$, $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$ e $u = -4$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; se $-4 < y_0 < 4$, $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = \mp 4$ e $u = \mp 4$ è asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$; se $y_0 > 4$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 4$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 5

1. f è continua in $(0,0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$ e f è differenziabile in $(0,0)$ solo per $\alpha > 1/3$.

2. $m = 1/2$ assunto in $(\frac{11}{2}, \frac{11}{2})$, $(\frac{11}{2}, \frac{33}{2})$, $(-\frac{11}{2}, \frac{33}{2})$ e $M = 5$ assunto in $(-22, 0)$.

3. $\frac{11\pi}{4}\sqrt{2}$

4. $\frac{11}{8}\pi$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [-1, 1]$ a f con $f(x) \equiv 0$ per $|x| < 1$, $f(\pm 1) = \pm \log 7$; converge uniformemente in ogni intervallo $[-a, a]$ con $0 < a < 1$.

6. raggio $+\infty$ se $\alpha < \frac{2}{11}$, 2 se $\alpha = \frac{2}{11}$, 0 se $\alpha > \frac{2}{11}$. La somma è $x(\cosh x - 1)$.

7. $\beta = 6$, un potenziale $\varphi(x, y) = y^4 \log(x^6+1)+x^4 \arctan y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(1, 1)-\varphi(0, 0) = \log 2 + \frac{\pi}{4}$

8. $f(t, y) = \arctan(y^2 - 9)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \pm 3$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < -3$ o $y_0 > 3$ soluzione u crescente; se $-3 < y_0 < 3$ soluzione u decrescente. Se $-3 < y_0 < 3$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 0$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < -3$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 3$, convessa. Se $y_0 < -3$, $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$ e $u = -3$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; se $-3 < y_0 < 3$, $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = \mp 3$ e $u = \mp 3$ è asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$; se $y_0 > 3$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 3$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 6

1. f è continua in $(0,0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$ e f è differenziabile in $(0,0)$ solo per $\alpha > 1/2$.

2. $m = 1/2$ assunto in $(\frac{13}{2}, \frac{13}{2})$, $(\frac{13}{2}, \frac{39}{2})$, $(-\frac{13}{2}, \frac{39}{2})$ e $M = 5$ assunto in $(-26, 0)$.

3. $\frac{13\pi}{4}\sqrt{2}$

4. $\frac{13}{8}\pi$

5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [-1, 1]$ a f con $f(x) \equiv 0$ per $|x| < 1$, $f(\pm 1) = \pm \log 8$; converge uniformemente in ogni intervallo $[-a, a]$ con $0 < a < 1$.

6. raggio $+\infty$ se $\alpha < \frac{2}{13}$, 2 se $\alpha = \frac{2}{13}$, 0 se $\alpha > \frac{2}{13}$. La somma è $x(\cosh x - 1)$.

7. $\beta = 4$, un potenziale $\varphi(x, y) = y^3 \log(x^4+1)+x^3 \arctan y$, quindi $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma = \varphi(1, 1)-\varphi(0, 0) = \log 2 + \frac{\pi}{4}$

8. $f(t, y) = \arctan(y^2 - 4)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = \pm 2$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < -2$ o $y_0 > 2$ soluzione u crescente; se $-2 < y_0 < 2$ soluzione u decrescente. Se $-2 < y_0 < 2$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 0$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < -2$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 2$, convessa. Se $y_0 < -2$, $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$ e $u = -2$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; se $-2 < y_0 < 2$, $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = \mp 2$ e $u = \mp 2$ è asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$; se $y_0 > 2$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$ e $u = 2$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.
