COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA - 3 febbraio 2011.

Il numero del compito è dato dal coefficiente di $\sqrt{x^2+y^2}$ nell'equazione del cono dell'esercizio 2.

COMPITO 1

1. $\frac{1}{7}$
2. applicando il teorema di Stokes, si può calcolare l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \vec{F} d\Gamma$, dove Γ è la circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ nel piano $z = 1$; $\vec{F}$ è conservativo, quindi l'integrale curvilineo è nullo.
3. converge puntualmente ed uniformemente a $f(x) = \sqrt[3]{x}$ in tutto $\mathbb{R}$. f non è derivabile in $x = 0$.
4. Per $0 < \alpha < 7$ la serie converge assolutamente in $\mathbb{R}$ (usando, ad esempio, il criterio del rapporto asintotico). Per $\alpha = 7$ la serie converge assolutamente solo in $x = k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$. Per $\alpha > 7$ la serie non converge (eccetto che in $x = 0$).
5. $a_0 = \frac{7}{\pi} \log 2$, $a_1 = \frac{14}{\pi}[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}]$, $b_1 = 0$. $\frac{1}{2}a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 + b_n^2 = \frac{49}{\pi}[2 - \frac{\pi}{2}]$.
6. $y(t) = \sqrt{3t+1}$.
7. $t^3 \cos y\, e^{y^2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità locali; per $y_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, $u(t) \equiv \frac{\pi}{2} + k\pi$ soluzioni stazionarie, quindi a posteriori, esistenza globale per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$.
8. Se $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < y_0 < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ soluzione u crescente per $t > 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ per $t \to \pm\infty$; se $\frac{\pi}{2} + 2k\pi < y_0 < \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ crescente per $t < 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ per $t \to \pm\infty$. Il limite vale $\frac{e^{y_0^2} \cos y_0}{4}$.

COMPITO 2

1. $\frac{1}{6}$
2. applicando il teorema di Stokes, si può calcolare l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \vec{F} d\Gamma$, dove Γ è la circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ nel piano $z = 2$; $\vec{F}$ è conservativo, quindi l'integrale curvilineo è nullo.
3. converge puntualmente ed uniformemente a $f(x) = \sqrt[3]{x}$ in tutto $\mathbb{R}$. f non è derivabile in $x = 0$.
4. Per $0 < \alpha < 6$ la serie converge assolutamente in $\mathbb{R}$ (usando, ad esempio, il criterio del rapporto asintotico). Per $\alpha = 6$ la serie converge assolutamente solo in $x = k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$. Per $\alpha > 6$ la serie non converge (eccetto che in $x = 0$).
5. $a_0 = \frac{6}{\pi} \log 2$, $a_1 = \frac{12}{\pi}[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}]$, $b_1 = 0$. $\frac{1}{2}a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 + b_n^2 = \frac{36}{\pi}[2 - \frac{\pi}{2}]$.
6. $y(t) = \sqrt{5t+1}$.
7. $t^5 \cos y\, e^{y^2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità locali; per $y_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, $u(t) \equiv \frac{\pi}{2} + k\pi$ soluzioni stazionarie, quindi a posteriori, esistenza globale per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$.
8. Se $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < y_0 < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ soluzione u crescente per $t > 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ per $t \to \pm\infty$; se $\frac{\pi}{2} + 2k\pi < y_0 < \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ crescente per $t < 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ per $t \to \pm\infty$. Il limite vale $\frac{e^{y_0^2} \cos y_0}{6}$.

COMPITO 3

1. $\frac{1}{5}$

2. applicando il teorema di Stokes, si può calcolare l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \vec{F} d\Gamma$, dove Γ è la circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ nel piano $z = 3$; $\vec{F}$ è conservativo, quindi l'integrale curvilineo è nullo.

3. converge puntualmente ed uniformemente a $f(x) = \sqrt[3]{x}$ in tutto $\mathbb{R}$. f non è derivabile in $x = 0$.

4. Per $0 < \alpha < 5$ la serie converge assolutamente in $\mathbb{R}$ (usando, ad esempio, il criterio del rapporto asintotico). Per $\alpha = 5$ la serie converge assolutamente solo in $x = k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$. Per $\alpha > 5$ la serie non converge (eccetto che in $x = 0$).

5. $a_0 = \frac{5}{\pi} \log 2$, $a_1 = \frac{10}{\pi}[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}]$, $b_1 = 0$. $\frac{1}{2}a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 + b_n^2 = \frac{25}{\pi}[2 - \frac{\pi}{2}]$.

6. $y(t) = \sqrt{7t + 1}$.

7. $t^7 \cos y \, e^{y^2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità locali; per $y_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, $u(t) \equiv \frac{\pi}{2} + k\pi$ soluzioni stazionarie, quindi a posteriori, esistenza globale per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$.

8. Se $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < y_0 < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ soluzione u crescente per $t > 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ per $t \to \pm\infty$; se $\frac{\pi}{2} + 2k\pi < y_0 < \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ crescente per $t < 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ per $t \to \pm\infty$. Il limite vale $\frac{e^{y_0^2} \cos y_0}{8}$.

COMPITO 4

1. $\frac{1}{4}$

2. applicando il teorema di Stokes, si può calcolare l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \vec{F} d\Gamma$, dove Γ è la circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ nel piano $z = 4$; $\vec{F}$ è conservativo, quindi l'integrale curvilineo è nullo.

3. converge puntualmente ed uniformemente a $f(x) = \sqrt[3]{x}$ in tutto $\mathbb{R}$. f non è derivabile in $x = 0$.

4. Per $0 < \alpha < 4$ la serie converge assolutamente in $\mathbb{R}$ (usando, ad esempio, il criterio del rapporto asintotico). Per $\alpha = 4$ la serie converge assolutamente solo in $x = k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$. Per $\alpha > 4$ la serie non converge (eccetto che in $x = 0$).

5. $a_0 = \frac{4}{\pi} \log 2$, $a_1 = \frac{8}{\pi}[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}]$, $b_1 = 0$. $\frac{1}{2}a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 + b_n^2 = \frac{16}{\pi}[2 - \frac{\pi}{2}]$.

6. $y(t) = \sqrt{9t + 1}$.

7. $t^9 \cos y \, e^{y^2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità locali; per $y_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, $u(t) \equiv \frac{\pi}{2} + k\pi$ soluzioni stazionarie, quindi a posteriori, esistenza globale per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$.

8. Se $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < y_0 < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ soluzione u crescente per $t > 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ per $t \to \pm\infty$; se $\frac{\pi}{2} + 2k\pi < y_0 < \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ crescente per $t < 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ per $t \to \pm\infty$. Il limite vale $\frac{e^{y_0^2} \cos y_0}{10}$.

COMPITO 5

1. $\frac{1}{3}$

2. applicando il teorema di Stokes, si può calcolare l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \vec{F} d\Gamma$, dove Γ è la circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ nel piano $z = 5$; $\vec{F}$ è conservativo, quindi l'integrale curvilineo è nullo.

3. converge puntualmente ed uniformemente a $f(x) = \sqrt[3]{x}$ in tutto $\mathbb{R}$. f non è derivabile in $x = 0$.

4. Per $0 < \alpha < 3$ la serie converge assolutamente in $\mathbb{R}$ (usando, ad esempio, il criterio del rapporto asintotico). Per $\alpha = 3$ la serie converge assolutamente solo in $x = k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$. Per $\alpha > 3$ la serie non converge (eccetto che in $x = 0$).

5. $a_0 = \frac{3}{\pi} \log 2$, $a_1 = \frac{6}{\pi}[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}]$, $b_1 = 0$. $\frac{1}{2}a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 + b_n^2 = \frac{9}{\pi}[2 - \frac{\pi}{2}]$.

6. $y(t) = \sqrt{11t + 1}$.

7. $t^{11} \cos y \, e^{y^2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità locali; per $y_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, $u(t) \equiv \frac{\pi}{2} + k\pi$ soluzioni stazionarie, quindi a posteriori, esistenza globale per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$.

8. Se $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < y_0 < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ soluzione u crescente per $t > 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ per $t \to \pm\infty$; se $\frac{\pi}{2} + 2k\pi < y_0 < \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ crescente per $t < 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ per $t \to \pm\infty$. Il limite vale $\frac{e^{y_0^2} \cos y_0}{12}$.

COMPITO 6

1. $\frac{1}{2}$

2. applicando il teorema di Stokes, si può calcolare l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \vec{F} d\Gamma$, dove Γ è la circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ nel piano $z = 6$; $\vec{F}$ è conservativo, quindi l'integrale curvilineo è nullo.

3. converge puntualmente ed uniformemente a $f(x) = \sqrt[3]{x}$ in tutto $\mathbb{R}$. f non è derivabile in $x = 0$.

4. Per $0 < \alpha < 2$ la serie converge assolutamente in $\mathbb{R}$ (usando, ad esempio, il criterio del rapporto asintotico). Per $\alpha = 2$ la serie converge assolutamente solo in $x = k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$. Per $\alpha > 2$ la serie non converge (eccetto che in $x = 0$).

5. $a_0 = \frac{2}{\pi} \log 2$, $a_1 = \frac{4}{\pi}[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}]$, $b_1 = 0$. $\frac{1}{2}a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 + b_n^2 = \frac{4}{\pi}[2 - \frac{\pi}{2}]$.

6. $y(t) = \sqrt{13t + 1}$.

7. $t^{13} \cos y \, e^{y^2}$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$, ma non è sublineare, quindi esistenza ed unicità locali; per $y_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, $u(t) \equiv \frac{\pi}{2} + k\pi$ soluzioni stazionarie, quindi a posteriori, esistenza globale per ogni $y_0 \in \mathbb{R}$.

8. Se $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < y_0 < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ soluzione u crescente per $t > 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ per $t \to \pm\infty$; se $\frac{\pi}{2} + 2k\pi < y_0 < \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ crescente per $t < 0$, asintoto orizzontale $u = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ per $t \to \pm\infty$. Il limite vale $\frac{e^{y_0^2} \cos y_0}{14}$.
